Министерство здравоохранения Красноярского края
краевое государственное бюджетное
профессиональное образовательное учреждение
«Дивногорский медицинский техникум»

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по учебной дисциплине
«Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия»
программы подготовки специалистов среднего звена
по специальности
34.02.01 Сестринское дело (базовой подготовки)
на базе основного общего образования

Дивногорск, 2020г.

Фонд оценочных средств разработан для контроля освоения знаний и усвоения умений по дисциплине «Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия» в структуре программы подготовки специалистов среднего звена по специальности 34.02.01 Сестринское дело (базовой подготовки) на базе основного общего образования, разработанной в соответствии с ФГОС СПО, утв. Министерством образования и науки Российской Федерации от 12.05.2104г. № 502.

Рассмотрено:
на заседании ЦМК «ОД и ОГСЭ»
протокол № 1
«15» 09 2020 г.

Утверждаю:
зам. директор по УР
________ Е.А. Болсуновская
«15» 09 2020 г.

Разработчик:

1. Антонец С.А., преподаватель математики.

СОДЕРЖАНИЕ

1. Область применения и результаты освоения дисциплины

Фонд оценочных средств предназначен для оценки уровня освоения обучающимися общеобразовательной учебной дисциплины «Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия», в структуре программы подготовки специалистов среднего звена по специальности 34.02.01 Сестринское дело (базовой подготовки) на базе основного общего образования.

Освоение содержания дисциплины «Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия» обеспечивает достижение обучающимися **следующих результатов**:

***личностных*:**

- сформированность представлений о математике как универсальном языке науки, средстве моделирования явлений и процессов, идеях и методах математики; понимание значимости математики для научно-технического прогресса,
- сформированность отношения к математике как к части общечеловеческой культуры через знакомство с историей развития математики, эволюцией математических идей;
- развитие логического мышления, пространственного воображения, алгоритмической культуры, критичности мышления на уровне, необходимом для будущей профессиональной деятельности, для продолжения образования и самообразования;
- овладение математическими знаниями и умениями, необходимыми в повседневной жизни, для освоения смежных естественнонаучных дисциплин и дисциплин профессионального цикла, для получения образования в областях, не требующих углубленной математической подготовки;
- готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности;
- готовность и способность к самостоятельной творческой и ответственной деятельности;
- готовность к коллективной работе, сотрудничеству со сверстниками в образовательной, общественно полезной, учебно-исследовательской, проектной и других видах деятельности;
- отношение к профессиональной деятельности как возможности участия в решении личных, общественных, государственных, общенациональных проблем;

***метапредметных*:**

- умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;

- умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты;
- владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;
- готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;
- владение языковыми средствами: умение ясно, логично и точно излагать свою точку зрения, использовать адекватные языковые средства;
- владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения;
- целеустремленность в поисках и принятии решений, сообразительность и интуиция, развитость пространственных представлений; способность воспринимать красоту и гармонию мира;

***предметных*:**

- сформированность представлений о математике как части мировой культуры и месте математики в современной цивилизации, способах описания явлений реального мира на математическом языке;
- сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;
- владение методами доказательств и алгоритмов решения, умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
- владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;
- сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;
- владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;

- сформированность представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, статистических закономерностях в реальном мире, основных понятиях элементарной теории вероятностей; умений находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях и основные характеристики случайных величин;
- владение навыками использования готовых компьютерных программ при решении задач.

1. Виды контроля результатов освоения дисциплины

Контроль и оценка результатов освоения дисциплины «Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия» – это выявление, измерение и оценивание знаний, умений и универсальных учебных действий в рамках освоения учебной дисциплины.

Формами контроля, используемыми на дисциплине, являются текущий контроль и промежуточная аттестация.

Текущий контроль является обязательной формой контроля и проводится на занятиях, а также осуществляется в ходе выполнения самостоятельной (внеаудиторной) работы обучающимися.

Промежуточный контроль определен учебным планом техникума по специальности и проводится по дисциплине «Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия» в форме экзамена.

1.1 Формы текущего контроля

Текущий контроль представляет собой проверку уровня усвоения учебного материала, систематически осуществляемую в процессе изучения дисциплины.

Формы текущего контроля, используемые на занятиях по дисциплине:

– ***устный контроль*** (фронтальный опрос, индивидуальный опрос);
– ***письменный контроль*** (математический диктант, самостоятельная работа, контрольная работа, тест, реферат);
– ***практический контроль*** (практическая работа, домашняя работа, проектная работа).

Фронтальный опрос и индивидуальный опрос проводится с целью оценки и коррекции знаний и умений на каждом занятии по контрольным вопросам по теме. Фронтальный опрос и индивидуальный опрос может проводиться в ходе занятия с целью осуществления проверки освоенных знаний обучающихся.

Письменный контрольпроводится с целью оценки и коррекции знаний, может проводиться вначале или в конце занятия, в соответствии с технологической картой занятия.

Самостоятельные работы, контрольные работы, тестовые задания разработаны по каждому разделу дисциплины.

Выполнение самостоятельной (внеаудиторной) работы. Самостоятельная (внеаудиторная) работа направлена на самостоятельное освоение, закрепление студентами практических умений и знаний. В соответствии с рабочей программой дисциплины предусмотрены следующие формы самостоятельной (внеаудиторной) работы студентов (Таблица 1).

Таблица 1 – Самостоятельная внеаудиторная работа обучающихся по дисциплине «Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия»

Самостоятельная работа обучающегося (всего)	**78**
в том числе:	
- подготовка и написание рефератов; - оформление мультимедийных презентаций; - подготовка и защита проектов; - тестирование по материалам, разработанным преподавателем; - подготовкак контрольным работам, экзамену; - отработка изучаемого материала по печатным и электронным источникам, конспектам лекций; - изучение лекционного материала по конспекту с использованием рекомендованной литературы; - подготовка к практическим занятиям; - выполнение семестровых индивидуальных заданий; - подготовка кратких сообщений, докладов, самостоятельное составление задач по изучаемой теме (по указанию преподавателя); - работа над выполнением наглядных пособий (моделей, таблиц и др.).	

Задания для выполнения самостоятельной работы и критерии оценки представлены в сборнике методических указаний для обучающихся к (внеаудиторной) самостоятельной работе по дисциплине. Сборник методических указаний по дисциплине находится в свободном доступе в электронной библиотеке техникума.

2.2 Формы промежуточной аттестации

Промежуточная аттестация проводится с целью оценки уровня освоения дисциплины «Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия» обучающимися, в соответствии с требованиями ФГОС СПО. Промежуточная аттестация по дисциплине проводится, согласно учебному плану и графику учебного процесса, а также положению техникума о промежуточной аттестации обучающихся, на 1 курсе во 2-м семестре, в форме экзамена.

Материалы для проведения экзаменапредставлены тестовыми заданиями по дисциплине, которые доводятся до сведения обучающихся в начале изучения дисциплины. Материалы для проведения экзамена включают задания по всем разделам дисциплины. Время выполнения варианта заданий – 180 минут.

Материалы и процедура экзаменапредставлены в программе промежуточной аттестации по дисциплине. Условием допуска обучающегося к экзамену по дисциплине является наличие положительных результатов текущего контроля умений и знаний по темам учебной дисциплины, выполнение самостоятельной внеаудиторной работы.

3.Формы контроля универсальных учебных действий

3.1Контроль и оценка освоения учебной дисциплины по разделам и темам

№	Раздел, тема	Форма и методы текущего контроля	Проверяемые предметные УУД
	Введение	Входной контроль (тестирование базовых знаний) Представление сообщений	- сформированность представлений о роли математики в науке, технике, медицине, экономике, информационных технологиях и практической деятельности человека
1	**Тема. Развитие понятия о числе**	-фронтальный опрос, индивидуальный опрос; -выполнение самостоятельной работы; - контрольная работа.	- сформированность умений выполнять арифметические действия над числами, сочетая устные и письменные приёмы; - знание определений по теме
2	**Тема. Основы тригонометрии**	- фронтальный опрос; -самостоятельная работа; - практическая работа; - контрольная работа	- сформированность умений находить значения тригонометрических выражений на основе определения, используя при необходимости инструментальные средства**;** - сформированность умений выполнять преобразования тригонометрических выражений, применяя формулы; - умение решать тригонометрические уравнения и неравенства
3	**Тема. Прямые и плоскости в пространстве.**	- устный опрос - математический диктант; - самостоятельная работа; - практическая работа; - контрольное тестирование	- сформировать умения распознавание на чертежах и моделях различные случаи взаимного расположения прямых и плоскостей, аргументирование своих суждений; - знание определений, признаков и свойств параллельных и перпендикулярных плоскостей, двугранных и линейных углов; - умение применять признаки и свойства расположения прямых и плоскостей при решении задач. - умение изображать на рисунках и конструировать на моделях перпендикуляры и наклонные к плоскости, прямые, параллельные плоскости, углы между прямой и плоскостью и обоснование построения. - умение решать задачи на вычисление геометрических величин. - знать определение и вычисление расстояний в пространстве. - умения применение формулы и

			теоремы планиметрии для решения задач.
4	**Тема. Многогранники и круглые тела.**	- устный опрос; -решение задач; - самостоятельная работа; - контрольное тестирование; - практическая работа.	- сформировать знания о различных видах многогранников и круглых тел, их элементов и свойствах; - сформировать умения изображать многогранники и круглые тела; - умения построения простейших сечений куба, призмы, пирамиды, цилиндра, конуса, шара; - умения применять свойства симметрии при решении задач; - умения использовать приобретенные знания для исследования и моделирования несложных задач. - умения решать задачи на вычисление площадей поверхностей многогранников и тел вращения; - умение решать задачи на применение формул вычисления объемов.
5	**Тема. Координаты и векторы.**	- устный опрос; - самостоятельная работа; - контрольное тестирование; - практическая работа.	- сформировать знания о векторе в пространстве, декартовой системе координат в пространстве; - знания о свойствах векторных величин, правила разложения векторов, нахождения координат вектора в пространстве, правил действий с векторами; - сформировать умения построения по заданным координатам точек и плоскостей, нахождение координат точек; - умение вычислять расстояние между точками. - умение применять теорию при решении задач на действия с векторами, координатный метод, применение векторов для вычисления величин углов и расстояний.
6	**Тема. Корни, степени и логарифмы.**	- фронтальный опрос; - самостоятельная работа; - контрольное тестирование; - практическая работа.	- сформировать знанияпонятия корня n-й степени, свойства радикалов и правила сравнения корней; - сформировать умения вычисления и сравнения корней, выполнение прикидки значения корня; - умения преобразовывать числовые и буквенные выражения, содержащие радикалы; - умения решать иррациональные уравнения; - умения находить значения степени, используя при необходимости инструментальные средства. - умения вычислять степень с рациональным показателем, выполнение прикидки значения степени, сравнение степеней.

			- умение преобразовывать числовые и буквенные выражения, содержащие степени. Решение показательных уравнений. - решение логарифмических уравнений, неравенств; - умение выполнять преобразование выражений, применения формулы, связанных со свойствами степеней и логарифмов.
7	**Тема. Функции, их свойства и графики.**	- устный опрос; - самостоятельная работа; - контрольное тестирование; - практическая работа.	- сформировать умения построения и чтения графиков изученных функций, исследование функций; - умения иллюстрировать по графику свойства элементарных функций; - знание определений по теме.
8	**Тема. Уравнения и неравенства.**	- устный опрос; - самостоятельная работа; - контрольное тестирование; - практическая работа.	- сформировать умения решать рациональные, показательные, логарифмические и тригонометрические уравнения сводящиеся к линейным и квадратным, а также аналогичные неравенства и системы; - умение использовать свойства и графики функций для решения уравнений и неравенств; - умение использовать графический метод решения уравнений и неравенств.
9	**Тема. Начала математического анализа. (Последовательности, производная и её применение)**	- устный опрос; - самостоятельная работа; - контрольное тестирование; - практическая работа.	- сформировать умения вычислять пределы последовательностей и функций -умения находить производные элементарных функций, использовать производную для изучения свойств функций и построения графиков, применять производную для проведения приближённых вычислений, решать задачи прикладного характера; - сформировать умение применять производную для решения задач на нахождение наибольшего, наименьшего значения и на нахождение экстремума;
10	**Тема. Интеграл и его применение.**	- устный опрос; - самостоятельная работа; - контрольное тестирование; - практическая работа.	- сформировать понятие первообразной и интеграла, правила вычисления первообразной и теоремы Ньютона—Лейбница. - сформировать умение решать задачи на связь первообразной и ее производной, задачи на применение интеграла для вычисления физических величин и площадей.
11	**Тема. Комбинаторика.**	- устный опрос; - самостоятельная работа;	- сформировать умение решать простейшие комбинаторные задачи, ис-

		- контрольное тестирование; - практическая работа.	пользуя правила комбинаторики, метод перебора и по правилу умножения. - ознакомление с понятиями комбинаторики: размещениями, сочетаниями, перестановками и формулами для их вычисления; - сформировать умения решать практические задачи с использованием понятий и правил комбинаторики
12	**Элементы теории вероятностей и математической статистики**	- устный опрос; - самостоятельная работа; - контрольное тестирование; - практическая работа.	- сформировать умение вычислять вероятности событий на основе подсчета числа исходов; - умение применять математические методы в практической деятельности и повседневной жизни; - знание определений по теме.

4. Критерии оценки форм контроля

Каждый вид работы оценивается по 5-ти бальной шкале.

4.1. Критерии оценки устного ответа обучающегося: Критерии оценки форм контроля

Каждый вид работы оценивается по 5-ти бальной шкале.

Критерии оценки фронтального опроса, индивидуального опроса:

*а)**Ответ оценивается отметкой “5”***, если студент:

1) полностью раскрыл содержание материала в объеме, предусмотренном программой;

2) изложил материал грамотным языком, точно используя математическую терминологию и символику, в определенной логической последовательности;

3) правильно выполнил рисунки, чертежи, графики, сопутствующие ответу;

4) показал умение иллюстрировать теорию конкретными примерами, применять в новой ситуации при выполнении практического задания;

5) продемонстрировал усвоение ранее изученных сопутствующих вопросов, сформированность и устойчивость используемых при ответе умений и навыков;

6) отвечал самостоятельно, без наводящих вопросов преподавателя.

Возможны 1-2 неточности при освещении второстепенных вопросов или в выкладках.

б) Ответ оценивается отметкой “4”,если студент:

1) в изложении допущены небольшие пробелы, не исказившие математическое содержание ответа;

2) допущены 1-2 недочета при освещении основного содержания ответа, исправленные после замечания преподавателя;

3) допущены ошибка или более двух недочетов при освещении второстепенных вопросов или в выкладках, легко исправленные после замечания преподавателя.

в) Ответ оценивается отметкой “3”, если:

1) неполно раскрыто содержание материала (содержание изложено фрагментарно, не всегда последовательно), но показано общее понимание вопроса и продемонстрированы умения, достаточные для дальнейшего усвоения программы;

2) имелись затруднения или допущены ошибки в определении понятий, использовании математической терминологии, чертежах, выкладках, исправленные после нескольких наводящих вопросов преподавателя;

3) студент не справился с применением теории в новой ситуации при выполнении практического задания, но выполнил обязательное задание.

г) Ответ оценивается отметкой “2”, если:

1) не раскрыто содержание учебного материала;

2) обнаружено незнание или не понимание студентом большей или наиболее важной части учебного материала;

3) допущены ошибки в определении понятия, при использовании математической терминологии, в рисунках, чертежах или графиках, в выкладках, которые не исправлены после нескольких наводящих вопросов преподавателя.

Критерии оценки самостоятельных и контрольных работ:

При проверке письменных работ по математике следует различать грубые и негрубые ошибки.

К ***грубым ошибкам*** относятся:
-вычислительные ошибки в примерах и задачах;
-ошибки на незнание порядка выполнения арифметических действий;
-неправильное решение задачи (пропуск действий, неправильный выбор действий, лишнее действие);
-недоведённые до конца решения задачи или примера;
-невыполненное задание.

К ***негрубым ошибкам*** относятся:
-нерациональные приемы вычислений;
- неправильная постановка вопроса к действию при решении задачи;
-неверно сформулированный ответ задачи;
-неправильное списывание данных чисел, знаков;
-недоведённые до конца преобразования.

При оценке работ, включающих в себя проверку вычислительных навыков, ставятся следующие отметки:
“5”- работа выполнена безошибочно;
“4”- в работе допущены 1 грубая и 1-2 негрубые ошибки;
“3”- в работе допущены 2-3 грубые или 3 и более негрубые ошибки;
“2”- если в работе допущены 4 и более грубых ошибок.

При оценке работ, состоящих только из задач, ставятся следующие отметки:
“5”- если задачи решены без ошибок;
“4”- если допущены 1-2 негрубые ошибки;
“3”- если допущены 1 грубая и 3-4 негрубые ошибки;
“2”- если допущено 2 и более грубых ошибок.

Критерии оценки тестового контроля:

оценка **“5”** выставляется за правильные ответы на 90-100 процентов заданий,
оценка **“4”** за правильные ответы на 80-89 процентов заданий,
оценка **“3”** за правильные ответы на 60-79 процентов заданий,
оценка **“2”** за правильные ответы на 59 процентов заданий и менее.

Критерии оценки выполнения проекта (демонстрации и защиты презентации):

Максимальная оценка – 5 баллов:
- соблюдение структуры презентации;
- соблюдение соотношения текстовой части и иллюстраций;
- соблюдение требований к тексту;
- соответствие иллюстраций содержанию текста;
- выступающий ясно и четко излагает тему, не читает со слайдов, отвечает на вопросы.

Критерии оценки выполнения реферата.

Максимальная оценка – 5 баллов, если в представленном реферате:
-правильно оформлен титульный лист (неправильно – 0,5 балла);
- соблюдена структура реферата (при несоответствии - 0,5 балла);
- перечень содержит более двух используемых источников (не позднее пяти лет издания) и присутствуют Интернет-ресурсы (нет источников или указан только один - 0,5 балла);
- знание содержания реферата (не может ответить на вопросы по содержанию доклада - 1 балл);
- если содержание реферата, не соответствует выбранной теме,то выполнение реферата не засчитывается.

Критерии оценки выполнения практической работы.

оценка **“5”** выставляется за правильные ответы на 86-100 процентов заданий,
оценка **“4”** за правильные ответы на 66-85 процентов заданий,
оценка **“3”** за правильные ответы на 50-65 процентов заданий,
оценка **“2”** за правильные ответы менее 50 процентов заданий.

Приложение А

САМОСТОЯТЕЛЬНЫЕ РАБОТЫ ПО ГЕОМЕТРИИ

Самостоятельная работа по теме «Перпендикуляр и наклонные»

Вариант 1

1. Концы отрезка АВ, не пересекающего плоскость, удалены от неё на расстояния 2,4 м. и 7,6 м. Найти расстояние от середины М отрезка АВ до этой плоскости.

2. Перекладина длиной 5 м своими концами лежит на двух вертикальных столбах высотой 3м и 6м. Каково расстояние между основаниями столбов?

3.Из точки к плоскости проведены две наклонные, равные 12 см. и 15 см. Проекция одной из них на 2 см. больше другой. Найти проекции наклонных.

Вариант 2

1. Концы отрезка АВ, не пересекающего плоскость, удалены от неё на расстояния 3,7 м. и 7,3 м. Найти расстояние от середины М отрезка АВ до этой плоскости.

2. Перекладина длиной 6 м своими концами лежит на двух вертикальных столбах высотой 4 м и 7 м. Каково расстояние между основаниями столбов?

3.Из точки к плоскости проведены две наклонные, одна из которых на 5 см. длиннее другой. Проекции наклонных равны 16 см и 6 см. Найти длины наклонных.

Вариант 3

1. Концы отрезка АВ, не пересекающего плоскость, удалены от неё на расстояния 5,7 м. и 10,3 м. Найти расстояние от середины М отрезка АВ до этой плоскости.

2. Перекладина длиной 16 м своими концами лежит на двух вертикальных столбах высотой 9 м и 15 м. Каково расстояние между основаниями столбов?

3.Из точки к плоскости проведены две наклонные, одна из которых на 3 см. длиннее другой. Проекции наклонных равны 11 см и 14 см. Найти длины наклонных.

Вариант 4

1. Из точек А и В опущены перпендикуляры на плоскость β. Найти расстояние между точками А и В, если перпендикуляры равны 3 м и 2 м., расстояние между их основаниями равно 2,4 м., а отрезок АВ не пересекает плоскость β.

2. Какой длины нужно взять перекладину, чтобы ее можно было положить концами на две вертикальные опоры высотой 8 м. и 16 м., поставленные на расстоянии 6 м. одна от другой?

3.Из точки к плоскости проведены две наклонные, равные 10 см. и 17 см. Найдите расстояние от этой точки до плоскости, если разность проекций этих наклонных равна 9 см.

Самостоятельная работа по теме «Вычисление площади многогранника»

Вариант 1

1. Высота правильной призмы ABCDA'B'C'D' равна 10 см. Сторона основания 12 см. Вычислить периметр сечения призмы плоскостью. содержащей прямую АВ и середину ребра СС'.
2. Высота правильной треугольной пирамиды равна 6 см. Радиус окружности, описанной около ее основания $4\sqrt{3}$ см. Вычислить:
   а) длину бокового ребра пирамиды;
   б) площадь боковой поверхности пирамиды.

Вариант 2

1. Высота правильной призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$ равна 16 см. Сторона основания 15 см. Вычислить периметр сечения призмы плоскостью, содержащей прямую AB и середину DD_1.
2. Высота правильной треугольной пирамиды равна 8 см. Радиус окружности, описанной около ее основания $8\sqrt{3}$ см. Вычислить:
   а) длину бокового ребра пирамиды;
   б) площадь боковой поверхности пирамиды.

Вариант 3

1. Высота правильной треугольной призмы KMP K'M'P' равна 12 см. Сторона основания $4\sqrt{3}$ см. Вычислить периметр сечения призмы плоскостью, содержащей прямую PP' и середину ребра KM.
2. Высота правильной четырехугольной пирамиды равна 8 см. Сторона ее основания равна 12 см. Вычислить:
   а) длину бокового ребра пирамиды;
   б) площадь боковой поверхности пирамиды.

Вариант 4

1. Высота правильной треугольной призмы KMP K'M'P' равна 15 см. Сторона основания $6\sqrt{3}$ см. Вычислить периметр сечения призмы плоскостью, содержащей прямую PP' и середину ребра KM.
2. Высота правильной четырехугольной пирамиды равна 8 см. Сторона ее основания равна 10 см. Вычислить:
   а) длину бокового ребра пирамиды;
   б) площадь боковой поверхности пирамиды.

Самостоятельная работа по теме «Цилиндр, конус»

Вариант 1

1. Радиус основания цилиндра 6 см, высота 5 см. Найти диагональ осевого сечения.
2. Радиусы оснований усечённого конуса 30 мм и 15 мм, высота 20 мм. Найти образующую.

Вариант 2

1. Осевое сечение цилиндра – квадрат, площадь которого 169 мм^2.
   Найти площадь основания цилиндра.
2. Радиусы оснований усечённого конуса 21 см. и 9 см., образующая 13 см. Найти площадь осевого сечения.

Вариант 3

1. Высота цилиндра 12 м, радиус основания 10 м. Найти площадь сечения, проведенного параллельно оси цилиндра на расстоянии 6 м от неё.
2. Высота конуса 8 см., а радиус основания 6 см. Найти образующую.

Вариант 4

1. Высота цилиндра 16 см., радиус основания 10 см. Цилиндр пересечён плоскостью параллельной оси цилиндра так, что в сечении получился квадрат. Найти расстояние от этого сечения до оси.
2. Радиус основания конуса 1,5 м., а образующая 2,5 м. Найти высоту конуса.

Самостоятельная работа по теме «Сфера и шар»

Вариант 1

1. Составьте уравнение сферы с центром в точке O (0;0;0), проходящей через точку M (-5; 1; 2).
2. Поверхность шара задана уравнением $x^2+y^2+z^2=9$. Принадлежит ли шару M (2; 2; 2)?
3. Площадь поверхности шара 225π $м^2$. Определите объём шара.

Вариант 2

1. Составьте уравнение сферы с центром в точке. O (0;0;0), проходящей через точку M (1; -1; 3).
2. Поверхность шара задана уравнением $x^2+y^2+z^2=6$. Принадлежит ли шару M (1; 1; 2)?
3. Площадь поверхности шара 625π $м^2$. Определите объём шара.

Вариант 3

1. Составьте уравнение сферы с центром в точке. O (0;0;0), проходящей через точку M (-3; -1; 2).
2. Поверхность шара задана уравнением $x^2+y^2+z^2=12$. Принадлежит ли шару M (2; 2; 2)?
3. Площадь поверхности шара 144π $м^2$. Определите объём шара.

Вариант 4

1. Составьте уравнение сферы с центром в точке O (0;0;0), проходящей через точку M (5; 2; 2).
2. Поверхность шара задана уравнением $x^2+y^2+z^2=20$. Принадлежит ли шару M (-2; 1; 2)?
3. Площадь поверхности шара 100π $м^2$. Определите объём шара.

САМОСТОЯТЕЛЬНЫЕ РАБОТЫ ПО АЛГЕБРЕ И НАЧАЛАМ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

Самостоятельные работы по теме: «Основы тригонометрии»

Самостоятельная работа 1
Вариант 1

1. Выразите в радианной мере величины углов: 64^0, 160^0.

2. Выразите в градусной мере величины углов: $\frac{3\pi}{5}$; $\frac{5\pi}{6}$.

3. Определите знак выражений:
а) $\cos 500^0 \text{tg } 380^0$;

б) sin 100^0cos 200^0tg 300^0;
в) sin 3 cos 5.

4. Запишите чему равны sin, ctg:а) 0; б) $\frac{\pi}{3}$; в) -$\frac{\pi}{6}$.

Вариант 2

1. Выразите в радианной мере величины углов:75^0, 168^0.
2. Выразите в градусной мере величины углов: $\frac{3\pi}{4}$; $\frac{5\pi}{18}$.
3. Определите знак выражений:
а) sin 300^0cos 400^0;
б) cos 500^0 tg 380^0 sin 300^0;
в) cos 3 sin 5.
4. Запишите чему равны:а) $\frac{\pi}{6}$; б) $\frac{\pi}{2}$; в) -$\frac{\pi}{4}$.

Самостоятельная работа 2

Вариант 1
1. Найдите значение выражений:
а) sin (-30^0)
б) cos (-60^0)
в) tg (-45^0)
2. Вычислите:
а) sin 240^0
б) tg 300^0
в) $\sin\left(\pi+\frac{\pi}{6}\right)\mathrm{tg}\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{4}\right)$
г) $\sin\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{4}\right)\cos\left(\frac{3\pi}{2}-\frac{\pi}{4}\right)\mathrm{tg}\left(\pi-\frac{\pi}{6}\right)$

Вариант 2
1. Найдите значение выражений:
а) cos (-90^0)
б) sin (-45^0)
в) ctg (-30^0)
2. Вычислите:
а) cos 120^0
б) ctg 225^0
в) $\cos\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{3}\right)\mathrm{ctg}\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{3}\right)$
г) $\cos\left(\pi-\frac{\pi}{4}\right)\sin\left(\frac{3\pi}{2}+\frac{\pi}{4}\right)\cos\left(\frac{3\pi}{2}-\frac{\pi}{6}\right)$

Самостоятельная работа 3

Вариант 1

1. Вычислите:
а) 3 sin$\frac{\pi}{6}$ - tg$\frac{\pi}{4}$
б) sin 210^0

в) tg (-135^0)

2. Упростите выражение:
а) (1 – cos) (1 + cos)
б) $\cos(\frac{3\pi}{2}+\alpha)$ $\sin(\pi-\alpha)$
в) $\sin(\alpha+\beta)$ sin β cos α
г) cos2 α + 2$\sin^2$ α
3. Докажитетождество: $\frac{1}{\sin x}$ - cosx ctgx= sinx
4. Упростите выражение: (1 – cos2 α) tg($\frac{\pi}{2}$ - α)

Вариант2

1. Вычислите:
а) 3 sin $\frac{\pi}{6}$ - tg $\frac{\pi}{4}$
б) sin 210^0
в) tg (-135^0)

2. Упростите выражение:
а) (1 – cos) (1 + cos)
б) $\cos(\frac{3\pi}{2}+\alpha)$ $\sin(\pi-\alpha)$
в) $\sin(\alpha+\beta)$ sin β cos α
г) cos2 α + 2$\sin^2$ α
3. Докажитетождество: $\frac{1}{\sin x}$ - cosx ctgx= sinx
4. Упростите выражение: (1 – cos2 α) tg($\frac{\pi}{2}$ - α)

Самостоятельная работа 4

Вариант1
1. Вычислите:
а) arcsin (- 0,5)
б) arcsin $\frac{\sqrt{2}}{2}$ - arccos($-\frac{\sqrt{2}}{2}$)
2. Решите уравнения:
а) sinx = $-\frac{\sqrt{2}}{2}$
б) sin2x = 1
в) cos 3x = $-\frac{\sqrt{3}}{2}$
г) tgx = $\sqrt{3}$

3. Решите уравнения:
а) 2 $\cos^2$ x - cos x- 1 = 0
б) $\sin^2$ x + $\sqrt{3}$ sinx cosx = 0

в) $\sin^2 x + \sin x \cos x = 2\cos^2 x$

Вариант2

1. Вычислите:

а) arccos (- 0,5)

б) $\arccos\frac{\sqrt{3}}{2}$ - $\arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

2. Решите уравнения:

а) $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

б) $\sin 2x = -1$

в) $\cos 3x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

г) $\mathrm{tg}x = -\sqrt{3}$

3. Решите уравнения:

а) $2\sin^2 x - \sin x - 1 = 0$

б) $\cos^2 x - \sqrt{3}\sin x \cos x = 0$

в) $\sin^2 x - 2\sin x \cos x = 3\cos^2 x$

Самостоятельная по теме «Понятия логарифма. Свойства логарифмов»

В-1.

1.Вычеслите: а) $\log_2 8$; б)$\log_4 16$; в)$\log_5 \frac{1}{25}$; г)$\log_\pi \pi$; д)$\log_x \chi^2$

2. Найдите: а) $\log_3 x = 3$; б) $\log_3 x = -3$; в) lgx=-2; г) $\log_x 16 = 2$

3. Сформируйте по основанию 2: а) $8a^3$; б) $2a\sqrt{b}$

4.Найдите значения выражений: а) lg34 - lg3.4; б) lg4+lg25;

В-2.

1.Вычеслите: а) $\log_2 16$; б)$\log_4 64$; в)$\log_5 \frac{1}{125}$; г)$\log_a a$; д)$\log_x \chi^3$

2. Найдите: а) $\log_3 x = 2$; б) $\log_3 x = -2$; в) lgx=-3; г) $\log_x 25 = 2$

3. Сформируйте по основанию 2: а) $16a^2$; б) $4a\sqrt{b}$

4.Найдите значения выражений: а) $\log_8 16$-$\log_8 4$; б) lg40+lg25;

В-3.

1.Вычеслите: а) $\log_2 64$; б)$\log_4 64$; в)$\log_5 \frac{1}{625}$; г)$\log_\pi \pi$; д)$\log_x \chi^4$

2. Найдите: а) $\log_3 x = 1$; б) $\log_3 x = -1$; в) lgx=-1; г) $\log_x 256 = 2$

3. Сформируйте по основанию 2: а) $2a^3$; б) $64a\sqrt{b}$

4.Найдите значения выражений: а) lg340 - lg3.4; б) lg40+lg25;

В-4.

1.Вычеслите: а) $\log_2 128$; б)$\log_4 4$; в)$\log_5 \frac{1}{25}$; г)$\log_\pi \pi$; д)$\log_x \chi^5$

2. Найдите: а) $\log_3 x = -2$; б) $\log_3 x = -4$; в) lgx=-3; г) $\log_x 81 = 2$

3. Сформируйте по основанию 2: а) $128a^2$; б) $32a\sqrt{b}$

4.Найдите значения выражений: а) $\log_8 33$-$\log_3 11$

б) $\log_{12} 4$+$\log_{12} 36$;

Самостоятельная по теме «Первообразная и интеграл»

В-1

1.Заполнить таблицу, где F(x) одна из первообразных для функций f(x):

f(x)	20	x^7	x^8+2x-2	3Sin x+x^4	Sin 2x
F(x)					

2.Найдите неопределенный интеграл: $\int(\frac{4}{x^2}+ 3\sin x)\,dx$

В-2.

1.Заполнить таблицу, где F(x) одна из первообразных для функций f(x):

f(x)	27	x^9	x^{10}+2x^3-5	2Sin x+x^5	Sin 4x
F(x)					

2.Найдите неопределенный интеграл: $\int(\frac{1}{x^2} - 2\cos x)\,dx$

В-3.

1.Заполнить таблицу, где F(x) одна из первообразных для функций f(x) :

f(x)	35	x^6	x^7-2x+3	cos x+x^5	cos 2x
F(x)					

2.Найдите неопределенный интеграл: $\int(\frac{3}{x^2}+ 5\cos x)\,dx$

В-4.

1.Заполнить таблицу, где F(x) одна из первообразных для функций f(x) :

f(x)	43	x^5	x^6+x-22	5sin x+x^3	2sin 2x
F(x)					

2.Найдите неопределенный интеграл: $\int(\frac{5}{x^2}$- 4sinx) dx

Самостоятельная по теме «Показательная функция»

В-1

1.Какие функции являются показательными:

1) $y=2^x$; 2) $y=x^2$; 3) $y=(-3)^x$; 4)$y=(\sqrt{2})^x$;5)$y=(0{,}5)^x$; 6) $y=(\frac{2}{3})^x$

2. Какие из этих функций являются возрастающими, какие убывающими?

3. При каком значении α график функции $y=\alpha^x$ проходит через точку P(1;2); M(2;$\frac{4}{9}$) ?

4. Решите уравнение: а) $2^x=32$; б)$3^{x-1}=27$; в) $5^{-x}=25$.

В-2

1.Какие функции являются показательными:

1) $y=3^x$; 2) $y=x^3$; 3) $y=(-5)^x$; 4)$y=(\sqrt{3})^x$;5)$y=(0{,}4)^x$; 6) $y=(\frac{3}{4})^x$

2. Какие из этих функций являются возрастающими, какие убывающими?

3. При каком значении α график функции $y=\alpha^x$ проходит через точку P(2;9); M(-3;$\frac{1}{27}$) ?

4. Решите уравнение: а) $2^x=64$; б)$3^{x-1}=81$; в) $5^{-x}=125$.

В-3

1.Какие функции являются показательными:

1) $y=4^x$; 2) $y=x^2$; 3) $y=(-5)^x$; 4)$y=(\sqrt{4})^x$;5)$y=(0{,}6)^x$; 6) $y=(\frac{2}{5})^x$

2. Какие из этих функций являются возрастающими, какие убывающими?

3. При каком значении α график функции $y=\alpha^x$ проходит через точку P(1;2); M(-2;4) ?

4. Решите уравнение: а) $3^x=81$; б)$2^{x-1}=64$; в) $5^{-x}=625$.

В-4

1.Какие функции являются показательными:

1) $y=5^x$; 2) $y=x^2$; 3) $y=(-7)^x$; 4)$y=(\sqrt{5})^x$;5)$y=(0{,}9)^x$; 6) $y=(\frac{3}{8})^x$

2. Какие из этих функций являются возрастающими, какие убывающими?

3. При каком значении α график функции $y=\alpha^x$ проходит через точку P(1;2); M(2;$\frac{4}{9}$) ?

4. Решите уравнение: а) $2^x=128$; б)$5^{x-1}=125$; в) $7^x=343$.

Самостоятельная по теме «Логическая функция»

В-1

1. Найти значение логарифмической функции y=$\log_2 \chi$ в указанных точках

а) x=2 б) x=$\frac{1}{32}$в) x=8

2.Найди наименьшее и наибольшее значение функции y=$\log_3$ x при x ϵ [1;9]; y=$\log_{\frac{1}{3}}$ x при x ϵ [1;9]

3. Найти область определения функции y=$\log_6(4x-1)$

4. Принадлежит ли графику y=$\log_4$ x точка С (16;2)?

В-2

1. Найти значение логарифмической функции y=$\log_2 \chi$ в указанных точках

а) x=4 б) x=$\frac{1}{64}$ в)x=$16\sqrt{128}$

2.Найди наименьшее и наибольшее значение функции y=$\log_4$ x при x ϵ [1;16] и y=$\log_{\frac{1}{4}}$ x при x ϵ [1;16]

3. Найти область определения функции y=$\log_6(5x-1)$

4. Принадлежит ли графику y=$\log_4$ x точка С (8;3)?

В-3

1. Найти значение логарифмической функции y=$\log_2 \chi$ в указанных точках

а) x=16 б) x=$\frac{1}{16}$ в)x=2

2.Найди наименьшее и наибольшее значение функции y=$\log_{\frac{2}{3}}$ x при x ϵ [$\frac{8}{27}$;$\frac{81}{16}$] y=$\log_3$ x при x ϵ [1;9]

3. Найти область определения функции y=$\log_6(6x-1)$

4. Принадлежит ли графику y=$\log_{\frac{1}{5}}$ x точка В ($\frac{1}{5}$;1)?

В-4

1. Найти значение логарифмической функции y=$\log_3 \chi$ в указанных точках

а) x=3 б) x=$\frac{1}{27}$ в)x=81

2.Найди наименьшее и наибольшее значение функции y=$\log_5$ x при x ϵ [1;25] y=$\log_{\frac{1}{5}}$ x при x ϵ [1;25]

3. Найти область определения функции y=$\log_6(7x-1)$

4. Принадлежит ли графику y=$\log_{\frac{1}{5}}$ x точка С (5;-1)?

Самостоятельная по теме «Логарифмические уравнения и неравенства»

В-1

1.Найдите x: a) $\log_3 x = \log_2 x + \log_2 3 + \log_2 6$

2.Решите уравнения: а) $\log_2(3 - x) = 0$; b)$\log_3{}^2$ -2$\log_3 x$-3=0

3.Решить неравенство:$\log_{\frac{1}{4}}(2x - 1)$>-1

В-2

1.Найдите x: a) $\log_3 x = \log_3 18 - \log_3 2 - \log_3 3$

2.Решите уравнения: а) $\log_{0,3}(5 + 2x) = 1$; b)$\lg^2 x$+3lgx-4=0

3.Решить неравенство:$\log_{\frac{1}{3}}(2 - 3x)$<-2

В-3

1.Найдите x: a) $\log_5 x = \log_5 18 - \log_5 2 + \log_5 3$

2.Решите уравнения: а)$\log_{\frac{1}{2}}(2x - 4)$ = -2; b)$\log_3{}^2 x$ -10$\log_3 x$+21=0

3.Решить неравенство:$\log_{\frac{1}{2}}(2x + 1)$>-2

В-4

1.Найдите x: a) $\lg_5 x$=3 lg 2 +2 lg 3

2.Решите уравнения: а)lg (2x + 1)=lgx ; б) $\lg^2 x$-4lgx-5=0

3.Решить неравенство:$\log_{\frac{2}{3}}(2 - 5x)$<-2

Самостоятельная по теме «Вычисление производных»

Вариант первый

1. Найти производные функции: а) $y=x^5$; б)y=3 ; в)$y=\frac{4}{x}$; г) y=3-2x; д) $y=2\sqrt{x}$+sinx
2. Найти производные функции: а)$y=x \cdot \cos x$; б) $(3x + 5)^4$; в) $y=\sqrt{4 + 9x}$
3. Вычислить: f (x) $(\frac{\pi}{3})$, если $f(x)=2\sin x+3x^2-2\pi x+3$

4.Составить уравнение касательной, проведенной к графику функции $f(x)=x^2$ в точке x_0=-1

5.Прямолинейное движение точки описывается знаком $s=t^5 - t^3$, где t-время движения тела (в сек.). Найти её скорость в момент времени t=2c

Вариант второй

1. Найти производные функции: а) $y=x^4$; б) y=4; в)$y=-\frac{3}{x}$; г) y=3x+2; д) $y=2\cos x - 4\sqrt{x}$.
2. Найти производные функции: а)$y=x \cdot \sin x$; б) $y = (2x - 3)$;

в) $y=\sqrt{11 - 5x}$

3. Вычислить: f (x) ($\frac{\pi}{6}$), если f(x)=1.5x^2- $\frac{\pi x}{2}$+5-4cosx
4. Составить уравнение касательной, проведенной к графику функции f(x)=4$\sqrt{x}$ в точке x_0=4
5. Прямолинейное движение точки описывается знаком s=$t^4 - 2t^2$, где t-время движения тела (в сек.). Найти её скорость в момент времени t=3c

Вариант третий

1. Найти производные функции: а) y=x^6; б)y=2; в)y=$\frac{5}{x}$; г) y=3-2x; д) y=8$\sqrt{x}$+0,5cosx
2. Найти производные функции: а)y=x $\cdot$ tgx; б) $(5x+1)^7$; в) y=$\frac{\sin x}{x}$
3. Вычислить: f (x) ($\frac{\pi}{6}$), если f(x)=2cosx+x^2-$\frac{\pi x}{3}$ +5
4. Составить уравнение касательной, проведенной к графику функции f(x)=x^3 в точке x_0=2
5. Прямолинейное движение точки описывается знаком s=$t^4 - t^2$, где t-время движения тела (в сек.). Найти её скорость в момент времени t=3c.

Вариант четвертый

1. Найти производные функции: а) y=x^7; б)y=5; в)y=$-\frac{6}{x}$; г) y=4x+5; д) y=sinx+2$\sqrt{x}$
2. Найти производные функции: а)y=x $\cdot$ tgx; б) $(3x-4)^6$; в) y=$\frac{\cos x}{x}$
3. Вычислить: f (x) ($\frac{\pi}{3}$), если f(x)=1.5x^2+6sinx-πx+4
4. Составить уравнение касательной, проведенной к графику функции f(x)=4$\sqrt{x}$ при x_0=1
5. Прямолинейное движение точки описывается знаком s=$t^6 - 4t^4$, где t-время движения тела (в сек.). Найти её скорость в момент времени t=2c.

Самостоятельная работа по теме «Показательные уравнения»

Вариант первый

Решить уравнения: а) 2^x=32; б) 4^{3-2x}=4^{2-x}; в)$(\frac{16}{9})^x = (\frac{3}{4})^5$; г) 3^{x+2}-3^x=72; д) $(\frac{1}{2})^x$=$8\sqrt{2}$.

Вариант второй

Решить уравнения: а) 3^x=27; б) 2^{1+5x}=2^{4x}; в)$(\frac{3}{7})^{3-2x} = (\frac{49}{9})^{-3}$; г)$3^{2x+2}$+$3^{2x}$=30; д) $(\frac{1}{64})^x$=$\sqrt{\frac{1}{8}}$.

Вариант третий

Решить уравнения: *а)*4^x=64; *б)*2^{x-2}=1; *в)*$(\frac{16}{25})^{x+3} = (\frac{125}{64})^2$; *г)*$2^{x+3}$-$2^x$=112;*д)*$(2)^{x-3}$=$\frac{2}{\sqrt{2}}$.

Вариант четвёртый

Решить уравнения: *а)*5^x=625; *б)*7^{1+5x}=7^{4x}; *в)*$(\frac{5}{6})^{3-2x} = (\frac{25}{36})^{-3}$; *г)*$3^{2x+2}+4 \cdot$

3^{x+1}=21;*д)*$(\frac{1}{144})^x$=$\sqrt{\frac{1}{12}}$.

Самостоятельная по теме « Уравнения»

Вариант первый

1.Решить уравнения: а) 2х+5=-3х-25; б) 3^x=9; в) lgx=1; г)$\sqrt{7x-6}$=6

2.Решить уравнения: а) $2\log_5{}^2$x+$5\log_5$ x +2=0; б) (sinx- $\frac{1}{2}$)(sinx+1)=0

Вариант второй

1. Решить уравнения: а) -2х-5=3х-15; б) 5^x=25; в) lgx=2; г)$\sqrt[5]{2x+5}$=-1

2.Решить уравнения: а) $3^{2x}-6\cdot 3^x$-27=0; б) sinx+cosx=0

Вариант третий

1.Решить уравнения: а) 3х+5=-3х-25; б) 4^x=16; в) lgx=3; г))$\sqrt[3]{x-5}$=-3

2.Решить уравнения: а) $3tg^2$x+2tgx-1=0; б) 3^{-1-x}=$(\frac{1}{3})^{2x+3}$

Вариант третий

1.Решить уравнения: а) 2х+5=-3х-25; б) 5^x=125; в) lgx=-1; г))$\sqrt[4]{-4+5x}$=2

2.Решить уравнения: а) $2tg^2$x+tgx-6=0; б)$\sin^2$x +sinxcosx=0

КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ ПО ВСЕМ ТЕМАМ КУРСА

Контрольная работа по теме «Целые и рациональные числа»

Вариант 1

1. Найдите значения выражения: (1,35-$6\frac{8}{15}$): ($2\frac{4}{5}$+0,2).
2. Записать числа в стандартном виде: а)743; б) 74,3; в) 0,0034.
3. Округлите до десятых: 74,546; 74,456; 0,7456.
4. Найти процентное отношение чисел: 12,5 к 50.
5. Найти неизвестный член пропорции: х:51,6=11,2:34,4.

Вариант 2

1. Найдите значения выражения: $(-\frac{1}{7}+\frac{5}{3})\cdot 21$
2. Записать числа в стандартном виде: а)343; б) 29,4; в) 0,00042.
3. Округлите до десятых: 323,75 546; 4,456; 0,8456.
4. Найти процентное отношение чисел: 125 к 500.
5. Найти неизвестный член пропорции: $\frac{0,45}{y}=\frac{5}{2,7}$.

Вариант 3

1. Найдите значения выражения: $(\frac{9}{2}+\frac{2}{3})\cdot 0,24$.
2. Записать числа в стандартном виде: а)564; б) 723,45; в) 0,00004.
3. Округлите до десятых: 272,458; 27,245; 0,576.
4. Найти процентное отношение чисел: 7 к 25.
5. Найти неизвестный член пропорции: $\frac{0,7}{3,5}=\frac{y}{4,02}$.

Вариант 4

1. Найдите значения выражения: $(\frac{7}{9}+\frac{11}{4})\cdot 0{,}36$.
2. Записать числа в стандартном виде: а)272; б)34,52; в)0,00074.
3. Округлите до десятых: 723,548; 72,443; 0,5478.
4. Найти процентное отношение чисел: 3,2 к 1,28.
5. Найти неизвестный член пропорции: $\frac{12{,}3}{6}=\frac{7x}{4{,}2}$.

Контрольная работа по теме «Основы тригонометрии»

Вариант 1

1) Вычислите: а) $\sin\frac{7\pi}{4}$; б) $\cos -\frac{5\pi}{4}$;
2) Переведите из градусной меры в радианную: а) 120^0 б) 220^0 в) 300^0 г) 765^0
3) Переведите из радианной меры в градусную: а) $\frac{3\pi}{4}$ б) $\frac{11\pi}{3}$
4) Упростите выражение: $ctgt\cdot\sin(-t)+\cos(2\pi-t)$
5) Дано: $\sin t=\frac{4}{5}$; $\frac{\pi}{2}<t<\pi$. Вычислите: cost; tgt; ctgt

Вариант 2

1) Вычислите: а) $tg\,(-\frac{13\pi}{6})$; б) $ctg\ 13{,}5\pi$;
2) Переведите из градусной меры в радианную: а) 180^0 б) 210^0
3) Переведите из радианной меры в градусную: а) $\frac{5\pi}{8}$ б) $\frac{7\pi}{12}$
4) Упростите выражение: $tg(-t)\cdot\cos(t)-\sin(4\pi-t)$
5) Дано: $\cos t=-\frac{4}{5}$; $\pi<t<\frac{3\pi}{2}$. Вычислите: sin t; tg t; ctg t

Вариант 3

1) Вычислите: а) $tg\,(\frac{11\pi}{3})$; б) $ctg\,(-3{,}5\pi)$;
2) Переведите из градусной меры в радианную: а) 330^0 б) 270^0
3) Переведите из радианной меры в градусную: а) $\frac{11\pi}{12}$ б) $\frac{47\pi}{9}$
4) Упростите выражение: $tg(t)\cdot\cos(-t)+\sin(\pi+t)$
5) Дано: $\cos t=-\frac{3}{5}$; $\frac{\pi}{2}<t<\pi$. Вычислите: sin t; tg t; ctg t

Вариант 4

1) Вычислите: а) $tg\,(-\frac{11\pi}{3})$; б) $ctg\ 3{,}5\pi$;
2) Переведите из градусной меры в радианную: а) 120^0 б) 360^0
3) Переведите из радианной меры в градусную: а) $\frac{\pi}{12}$ б) $\frac{46\pi}{9}$
4) Упростите выражение: $ctg(-t)\cdot\sin(t)+\cos(\pi+t)$
5) Дано: $\cos t=-\frac{3}{5}$; $\frac{\pi}{2}<t<\pi$. Вычислите: cos t; tg t; ctg t

Контрольный тест по теме «Прямые и плоскости в пространстве»

Вариант 1

1. Точки А, В, С и Д не лежат в одной плоскости. Выберите верное утверждение:
   А) прямая АВ параллельна прямой СД;
   Б) прямая АВ пересекает прямую СД;
   В) прямая АС пересекает прямую ВД;
   Г) прямые АС и ВД – скрещивающиеся.

2. Расстояние от некоторой точки до плоскости квадрата равно 4 см, а до каждой из его вершин 6 см. Найдите диагональ квадрата.
   А) $2\sqrt{5}$ см;
   Б) 5 см;
   В) $5\sqrt{2}$ см;
   Г) другой ответ.

3. Через концы отрезка АВ, не пересекающего плоскость α, и точку С – середину этого отрезка, проведены параллельные прямые, пересекающие плоскость α в точках A_1, B_1 и C_1 соответственно. Найдите длину отрезка CC_1, если $AA_1 = 12$ см, а $BB_1 = 6$ см.
   А) 6 см;
   Б) 9 см;
   В) $\sqrt{72}$ см;
   Г) другой ответ.

4. Плоскость α, параллельная стороне ВС треугольника АВС, пересекает стороны АВ и АС в точках М и Н соответственно. Найдите длину отрезка ВС, если МН = 6 см, а АМ: МВ = 3: 5.
   А) 16 см;
   Б) 4,8 см;
   В) 12 см;
   Г) другой ответ.

5. Точка А находится на расстоянии 3 см и 5 см от двух перпендикулярных плоскостей α и β. Найдите расстояние от тоски А до прямой пересечения плоскостей α и β.
   А) $\sqrt{34}$ см;
   Б) 4 см;
   В) 6 см;
   Г) другой ответ.

6. Точки М, Н и Р – параллельные проекции точек А, В и Д на плоскость α, причем точка Д принадлежит отрезку АВ. Найдите АВ, если МН = 12 см, НР = 8 см, а ВД = 14 см.
   А) 21 см;
   Б) 28 см;
   В) 24 см;
   Г) другой ответ.

7. Расстояния от точки М до вершин прямоугольного треугольника АВС (угол С – прямой) равны. Какое из данных утверждений верно?
   А) плоскости МАВ и АВС – перпендикулярны;
   Б) плоскости МВС и АВС – перпендикулярны;
   В) плоскости МАС и АВС – перпендикулярны;
   Г) условия А – В – неверны.

Вариант 2

1. Точки А, В, С и Д лежат в одной плоскости. Выберите верное утверждение:
   А) прямая АВ параллельна прямой СД;
   Б) прямая АВ пересекает прямую СД;
   В) прямая АС пересекает прямую ВД;
   Г) прямые АС и ВД – скрещивающиеся.

2. Расстояние от некоторой точки до плоскости квадрата равно 4 см, а до каждой из его вершин 6 см. Найдите диагональ квадрата.

А) $2\sqrt{10}$ см;
Б) $5\sqrt{2}$ см;
В) $5\sqrt{10}$ см;
Г) другой ответ.

3. Через концы отрезка МН, не пересекающего плоскость α, и точку К – середину этого отрезка, проведены параллельные прямые, пересекающие плоскость α в точках $М_1$, $Н_1$ и $К_1$ соответственно. Найдите длину отрезка $НН_1$, если $ММ_1 = 12$ см, а $КК_1 = 6$ см.

А) 12 см;
Б) 5 см;
В) 2см;
Г) другой ответ.

4. Плоскость α, параллельная стороне НМ треугольника НМК, пересекает стороны МК; и КН в точках Д и В соответственно. Найдите длину отрезка ВД, если МН = 14 см, а НВ:ВК = 4:3.

А) 2 см;
Б) 10,5 см;
В) 6 см;
Г) другой ответ.

5. Точка А находится на расстоянии 1 см до одной из двух перпендикулярных плоскостей. Найдите расстояние от тоски А до второй плоскости, если расстояние от А до прямой пересечения плоскостей равно $\sqrt{5}$ см.

А) 2 см;
Б) $\sqrt{2}$ см;
В) 1 см;
Г) другой ответ.

6. Точки К, Л и С – параллельные проекции точек Р, Х и М на плоскость α, причем точка Х принадлежит отрезку РМ. Найдите РХ, если КС = 18 см, ЛС = 6 см, а РМ = 24 см.

А) 16 см;
Б) 18 см;
В) 12 см;
Г) другой ответ.

7. Расстояния от точки М до сторон прямоугольного треугольника АВС (угол С – прямой) равны. Какое из данных утверждений верно?

А) плоскости МАВ и АВС – перпендикулярны;
Б) плоскости МВС и АВС – перпендикулярны;
В) плоскости МАС и АВС – перпендикулярны;
Г) условия А – В – неверны.

Вариант 3

1. Точки А, В, С и Д не лежат в одной плоскости. Выберите утверждение, которое не может быть верным:

А) прямая ВС параллельна прямой АД;
Б) прямая АС пересекает прямую ВД;
В) прямая АД пересекает прямую ВС;
Г) прямые АВ и СД – скрещивающиеся.

2. Расстояние от некоторой точки до плоскости прямоугольника равно $\sqrt{5}$ см, а до каждой из его вершин 3 см. Найдите диагональ прямоугольника.

А) 4 см;
Б) 2 см;
В) 5 см;
Г) другой ответ.

3. Через концы отрезка ЕР, не пересекающего плоскость α, и точку Л – середину этого отрезка, проведены параллельные прямые, пересекающие плоскость α в точках $Е_1$, $Р_1$ и $Л_1$ соответственно. Найдите длину отрезка $РР_1$, если $ЕЕ_1 = 4$ см, а $ЛЛ_1 = 14$ см.
А) 24 см;
Б) $\sqrt{56}$ см;
В) 18см;
Г) другой ответ.
4. Плоскость α, параллельная стороне КЛ треугольника СКЛ, пересекает стороны ЛС и КС в точках Р и Д соответственно. Найдите длину отрезка РД, если КЛ = 27 см, а КД: ДС = 7: 2.
А) 13,5 см;
Б) 6 см;
В) 7,5 см;
Г) другой ответ.
5. Точка А находится на расстоянии 2 см и 3 см от двух перпендикулярных плоскостей α и β. Найдите расстояние от тоски А до прямой пересечения плоскостей α и β.
А) $\sqrt{13}$ см;
Б) $\sqrt{5}$ см;
В) 3 см;
Г) другой ответ.
6. Точки Н, Д и В – параллельные проекции точек Е, С и Т на плоскость α, причем точка С принадлежит отрезку ЕТ. Найдите СТ, если НВ = 28 см, ДВ = 8 см, а ЕС = 15 см.
А) 6 см;
Б) 7 см;
В) 8,4 см;
Г) другой ответ.
7. Расстояния от точки М до сторон прямоугольника АВСД равны. Какое из данных утверждений верно?
А) плоскости МАВ и АВС – перпендикулярны;
Б) плоскости МВС и АВС – перпендикулярны;
В) плоскости МАС и АВС – перпендикулярны;
Г) условия А – В – неверны.

Контрольный тест по теме «Многогранники»

Вариант 1

1. Сколько диагоналей у семиугольной призмы?
А) 21;
Б) 28;
В) 14;
Г) другой ответ.
2. Боковая поверхность правильной четырехугольной призмы равна 16 см^2, а полная поверхность 48 см^2. Найдите высоту призмы.

А) 2 см;
Б) 4 см;
В) 1 см;
Г) другой ответ.

3. Найдите площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда по трём его измерениям, равным 3 см, 4 см, 5 см.
А) 94 см^2;
Б) 47 см^2;
В) 20 см$^{2;}$
Г) другой ответ.

4. Найдите боковую поверхность правильной треугольной пирамиды, если сторона основания равна 2 см, а все двугранные углы при основании 30 ^{0}.
А) 2 см^2;
Б) $2\sqrt{3}$ см ^{2};
В) $\sqrt{3}$ см ^{2};
Г) другой ответ.

5. Высота правильной усеченной четырехугольной пирамиды равна $2\sqrt{2}$ см, а стороны основания 1 см и 4 см. Найдите площадь диагонального сечения.
А) 20 см^2;
Б) 10 см^2;
В) 5 см^2;
Г) другой ответ.

6. Сторона основания правильной шестиугольной призмы равна 4 см, а высота- $\sqrt{3}$ см. Найдите объём призмы.
А) 60см^3;
Б) 72см^3;
В) 76см^3;
Г) другой ответ.

7. Найдите объем правильной четырехугольной пирамиды, если боковое ребро равно 10 см, а сторона основания равна $8\sqrt{2}$ см.
А) 256 см^3;
Б) 224 см^3;
В) 192 см^3;
Г) другой ответ.

Вариант 2

1. Сколько диагоналей у восьмиугольной усеченной пирамиды?
А) 20;
Б) 28;
В) 40;
Г) другой ответ.

2. Боковая поверхность правильной треугольной призмы равна $27\sqrt{3}$ см ^{2}, а полная поверхность $36\sqrt{3}$ см ^{2}. Найдите высоту призмы.
А) $3\sqrt{3}$ см;
Б) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ см;
В) 3 см;
Г) другой ответ.

3. Найдите площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда по трём его измерениям, равным 4 см, 4 см, 6 см.

А) 92 см^2;

Б) 128 см^2 ;

В) 96 см$^{2;}$

Г) другой ответ.

4. Найдите боковую поверхность правильной четырехугольной пирамиды, если сторона основания равна $2\sqrt{2}$ см, а все двугранные углы при основании 45 ^{0}.

А) $8\sqrt{2}$ см ^{2};

Б) $16\sqrt{2}$ см ^{2};

В) 8 см^2;

Г) другой ответ.

5. Высота правильной усеченной четырехугольной пирамиды равна $\sqrt{12}$ см, а стороны основания см и 7 см. Найдите площадь диагонального сечения.

А) $10\sqrt{6}$ см ^{2};

Б) 20 см^2;

В) 12 см^2;

Г) другой ответ.

6. Сторона основания правильной треугольной призмы равна $2\sqrt{3}$ см, а высота 5 см. Найдите объём призмы.

А) $18\sqrt{3}$ см^3;

Б) $12\sqrt{3}$ см^3;

В) $10\sqrt{3}$ см^3;

Г) другой ответ.

7. Найдите боковое ребро правильной четырехугольной пирамиды, если ее объем равен 4 см^3, а сторона основания равна 2 см.

А) $\sqrt{11}$ см;

Б) $\sqrt{9{,}8}$ см;

В) 4 см;

Г) другой ответ.

Вариант 3

1. Сколько диагоналей у девятиугольной призмы?

А) 54;

Б) 27;

В) 81;

Г) другой ответ.

2. Боковая поверхность правильной четырехугольной призмы равна 48 см^2, а полная поверхность 56 см^2. Найдите высоту призмы.

А) 2 см;

Б) 4 см;

В) 6 см;

Г) другой ответ.

3. Найдите площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда по трём его измерениям, равным 10 см, 2 см, 5 см.

А) 120 см^2;

Б) 160 см^2;

В) 80 см$^{2;}$

Г) другой ответ.

4. Найдите боковую поверхность правильной треугольной пирамиды, если сторона основания равна 2 см, а все двугранные углы при основании 60 ^{0}.

А) $16\sqrt{3}$ см ^{2};

Б) $8\sqrt{3}$ см ^{2};

В) 9 см^2;

Г) другой ответ.

5. Высота правильной усеченной четырехугольной пирамиды равна $\sqrt{32}$ см, а стороны основания 2 см и 8 см. Найдите площадь диагонального сечения.

А) 40 см^2;

Б) 20 см^2;

В) 10 см^2;

Г) другой ответ.

6. Боковое ребро правильной шестиугольной призмы равно 4 см, а сторона $\sqrt{3}$ см. Найдите объём призмы.

А) $18\sqrt{3}$ см^3;

Б) 72 см^3;

В) 80 см^3;

Г) другой ответ.

7. Найдите объем правильной четырехугольной пирамиды, если боковое ребро равно 3 см, а сторона основания равна 4 см.

А) 8 см^3;

Б) $5\frac{1}{3}$ см ^{3};

В) $4\frac{2}{3}$ см ^{3};

Г) другой ответ.

Вариант 4

1. Сколько диагоналей у усеченной шестиугольной призмы?

А) 12;

Б) 18;

В) 24;

Г) другой ответ.

2. Боковая поверхность правильной треугольной призмы равна 18 см^2, а полная поверхность 36 см^2. Найдите высоту призмы.

А) 2 см;

Б) $\sqrt{3}$ см;

В) $\sqrt[4]{3}$ см;

Г) другой ответ.

3. Найдите площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда по трём его измерениям, равным 6 см, 2 см, 4 см.

А) 96 см^2 ;

Б) 48 см^2 ;

В) 88 см^2 ;

Г) другой ответ.

4. Найдите боковую поверхность правильной четырехугольной пирамиды, если сторона основания равна 2 см, а все двугранные углы при основании 60 ^{0}.

А) 8 см^2;

Б) $8\sqrt{2}$ см ^{2};

В) 16 см^2;

Г) другой ответ.

5. Высота правильной усеченной четырехугольной пирамиды равна $2\sqrt{5}$ см, а стороны основания 2 см и 4 см. Найдите площадь диагонального сечения.

А) $10\sqrt{6}$ см ^{2};
Б) 22 см^2;
В) $6\sqrt{10}$ см ^{2};
Г) другой ответ.

6. Боковое ребро правильной треугольной призмы равно $4\sqrt{3}$ см, а сторона 5 см. Найдите объём призмы.

А) 75 см^3;
Б) 50 см^3;
В) 51,6 см^3;
Г) другой ответ.

7. Найдите боковое ребро правильной четырехугольной пирамиды, если ее объем равен 12 см^3, а сторона основания равна 3 см.

А) $\sqrt{19}$ см;
Б) $\sqrt{20,5}$ см;
В) 6 см;
Г) другой ответ.

Контрольный тест по теме «Тела и поверхности вращения»

Вариант – 1

1. Образующая конуса наклонена к плоскости основания под углом 30^0 и равна 8 см. Найдите площадь осевого сечения конуса.

А) $8\sqrt{3}$ см;
Б) $16\sqrt{3}$ см;
В) $4\sqrt{3}$ см;
Г) другой ответ.

2. Найдите расстояние от центра шара до плоскости сечения, если радиус шара равен 6 см, а радиус сечения равен $3\sqrt{3}$ см.

А) $2\sqrt{3}$ см;
Б) 4 см;
В) 3 см;
Г) другой ответ.

3. Найдите площадь поверхности сферы, радиус которой равен $4\sqrt{3}$ дм.

А) 48 π дм^2;
Б) 192 π дм^2;
В) $60\sqrt{2}$ π дм^2;
Г) другой ответ.

4. Боковая поверхность цилиндра равна 48 π см^2, радиус основания – 6 см. Найдите площадь осевого сечения.

А) 27 см^2;
Б) 48 см^2;
В) 36 см^2;
Г) другой ответ.

5. Площадь осевого сечения цилиндра равна 21 см^2, а площадь основания – 18 π см^2. Найдите объем цилиндра.

А) 9 π см^3;
Б) 21 π см^3;

В) 63 π $см^3$;
Г) другой ответ.

6. По какой формуле вычисляется площадь поверхности цилиндра, радиус основания которого r, а высота h?
А) 4πrh;
Б) 2πrh;
В) πrh;
Г) другой ответ.

7. Площадь осевого сечения цилиндра равна 12 $см^2$, а высота цилиндра – 2 см. Найдите радиус основания.
А) $3\sqrt{2}$ см;
Б) 4 см;
В) 3 см;
Г) другой ответ.

8. Радиусы оснований усеченного конуса равны 12 см и 6 см, а образующая наклонена к плоскости основания под углом 45^0. Найдите высоту конуса.
А) 3 см;
Б) 4 см;
В) 6 см;
Г) другой ответ.

9. Осевым сечением конуса является:
А) круг;
Б) квадрат;
В) треугольник;
Г) другой ответ.

10. По какой формуле вычисляется объем шара?

Вариант – 2

1. Образующая конуса наклонена к плоскости основания под углом 60^0 и равна 4 см. Найдите площадь осевого сечения конуса.
А) $8\sqrt{3}$ см;
Б) $16\sqrt{3}$ см;
В) $4\sqrt{3}$ см;
Г) другой ответ.

2. Найдите радиус шара, если расстояние от центра шара до плоскости сечения равно 3 см, а радиус сечения равен $\sqrt{7}$ см.
А) $2\sqrt{3}$ см;
Б) 4 см;
В) 2,5 см;
Г) другой ответ.

3. Найдите площадь поверхности сферы, радиус которой равен $2\sqrt{5}$ дм.
А) 60 π $дм^2$;
Б) 120 π $дм^2$;
В) 80 π $дм^2$;
Г) другой ответ.

4. Боковая поверхность цилиндра равна 18 π $см^2$, радиус основания – 3 см. Найдите площадь осевого сечения.
А) 27 $см^2$;
Б) 18 $см^2$;
В) 36 $см^2$;
Г) другой ответ.

5. Площадь осевого сечения цилиндра равна 12 $см^2$, а площадь основания – 4 π $см^2$. Найдите объем цилиндра.

А) 6 π см^3;
Б) 12 π см^3;
В) 8 π см^3;
Г) другой ответ.

6. По какой формуле вычисляется площадь боковой поверхности конуса, радиус основания которого r, а образующая k?
А) 4πrk;
Б) 2πrk;
В) πrk;
Г) другой ответ.

7. Площадь осевого сечения цилиндра равна 20 см^2, а высота цилиндра – 5 см. Найдите радиус основания.
А) 4 см;
Б) 8 см;
В) 2 см;
Г) другой ответ.

8. Радиусы оснований усеченного конуса равны 10 см и 4 см, а образующая наклонена к плоскости основания под углом 45^0. Найдите площадь осевого сечения конуса.
А) 10,5 см^2;
Б) 19 см^2;
В) 21 см^2;
Г) другой ответ.

9. Осевым сечением цилиндра является:
А) круг;
Б) прямоугольник;
В) треугольник;
Г) другой ответ.

10. По какой формуле вычисляется объем усеченного конуса?

Контрольный тест по теме «Координаты и векторы»

Вариант 1

1. Какая из перечисленных точек лежит в YOZ:
А) A (0; 1; 1);
Б) B (1; 2; 0);
В) C (-1; 0; 5);
Г) D (1; 1; 2).

2. Точка М – середина отрезка АВ. Найдите координаты точки В, если А(1; 3; -2), М(-2; 4; 5).
А) В (- 5; 5; 12);
Б) В (3; 5; 8);
В) В (-1; 5; 7);
Г) другой ответ.

3. Угол между единичными векторами $\vec{a}$ и $\vec{в}$ равен 60 ^{0}. Найдите абсолютную величину вектора $\vec{a}+\vec{в}$.
А) 1;
Б) $\sqrt{3}$;
В) $\sqrt{2}$;
Г) другой ответ.

4. Найдите длину АМ – медианы треугольника АВС, если А (1;2;3), В (6; 3; 6), С (-2; 5; 2).
А) $\sqrt{6}$;
Б) 2;

В) 3;

Г) другой ответ.

5. Какой из данных углов наибольший, если А (1; - 1; 1), В (4; 2; 2), С (3; 0; 1), Д (3; - 1; 2)?

А) АВС;

Б) ВСД;

В) СДА;

Г) ДАВ.

Вариант 2

1. Какая из перечисленных точек лежит в XOZ:

А) А (0; - 1; 2);

Б) В (1; - 2; 0);

В) С (0; 0; - 1);

Г) D (1; 1; 3).

2. Точка М – середина отрезка АВ. Найдите координаты точки М, если А(1; 3; -2), В(- 5; 7; 8).

А) М (- 2; 5; 5);

Б) М (- 2; 5; 3);

В) М (3; 5; 5);

Г) другой ответ.

3. Угол между единичными векторами $\vec{a}$ и $\vec{в}$ равен 60 ^{0}. Найдите абсолютную величину вектора $2\vec{a}+\vec{в}$.

А) $\sqrt{7}$;

Б) $\sqrt{3}$;

В) $\sqrt{5}$;

Г) другой ответ.

4. Найдите длину СК – медианы треугольника АВС, если А (1;2;1), В (- 4; 6; 3), С (- 5; 2; 1).

А) $2\sqrt{6}$;

Б) 2;

В) 3;

Г) другой ответ.

5. Какой из данных углов наименьший, если А (2; 0; 1), В (1; 3; 6), С (1; 8; 3), Д (4; 0; 0)?

А) АВС;

Б) ВСД;

В) СДА;

Г) ДАВ.

Вариант 3

1. Какая из перечисленных точек лежит в XOY:

А) А (3; 7; - 5);

Б) В (2; - 2; 0);

В) С (3; 0; 5);

Г) D (0; - 1; 2).

2. Точка М – середина отрезка АВ. Найдите координаты точки В, если А(4; - 6; 2), М(5; - 3; 0).

А) В (6; 0; - 2);

Б) В (7; - 6; 1);

В) В (1; - 3; - 2);

Г) другой ответ.

3. Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{в}$ равен 60 ^{0}. Найдите абсолютную величину вектора $2\vec{a}-\vec{в}$, если $\left|\vec{a}\right| = 4$ и $\left|\vec{в}\right| = 2$.

А) 10;

Б) $2\sqrt{13}$;

В) $5\sqrt{2}$;

Г) другой ответ.

4.Найдите длину АК – медианы треугольника АВС, если А (7; 5; - 1), В (- 3; 2; 6), С (9; 0; - 12).

А) $3\sqrt{6}$;

Б) $2\sqrt{6}$;

В) 6;

Г) другой ответ.

5. Какой из данных углов наибольший, если А (2; 0; 1), В (0; - 1; 4), С (3; - 1; - 2), Д (0; 2; 0)?

А) АВС;

Б) ВСД;

В) СДА;

Г) ДАВ.

Вариант 4

1. Какая из перечисленных точек лежит в YOZ:

А) А (5; 6; - 1);

Б) В (2; 1; 0);

В) С (0; 0; 5);

Г) D (- 1;- 1; 2).

2. Точка М – середина отрезка АВ. Найдите координаты точки М, если А (4; - 1; 0), В(2; 5; - 6).

А) М (3; 3; 3);

Б) М (2; 3; - 2);

В) М (3; 2; - 3);

Г) другой ответ.

3. Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{в}$ равен 60 ^{0}. Найдите абсолютную величину вектора $\overrightarrow{3a-2в}$, если $\left|\vec{a}\right| = 2$ и $\left|\vec{в}\right| = 1$.

А) $3\sqrt{7}$;

Б) $\sqrt{7}$;

В) $2\sqrt{7}$;

Г) другой ответ.

4.Найдите длину СК – медианы треугольника АВС, если А (2;- 4;2), В(-10; - 2; 14), С (0; - 3; 5).

А) 5;

Б) $2\sqrt{5}$;

В) $5\sqrt{2}$;

Г) другой ответ.

5.Какой из данных углов наименьший, если А(- 2; - 1; 2), В(- 2; 2; - 1), С(1; - 1; 5), Д(0; - 3; 0)?

А) АВС;

Б) ВСД;

В) СДА;

Г) ДАВ.

Контрольный тест по теме «Корни, степени и логарифмы»

Вариант – 1

1. Какая из данных функций является показательной?

А) $y = \pi^x$;

Б) $y = x^\pi$;

В) $y = x^x$;
Г) $y = 2^{(3 - x)\,x}$.
2. Какой логарифм является натуральным?
А) $\log_5 x$;
Б) $\log_{10} x$;
В) $\log_e x$;
Г) другой ответ.
3. Внесите множитель под знак корня, если b< 0: $b^3\sqrt{b}$.
А) $\sqrt[3]{5b^3}$;
Б) $\sqrt[3]{5b}$;
В) $-\sqrt[3]{5b^3}$;
Г) $-\sqrt[3]{5b}$.
4. Решите уравнение $\sqrt{x} + 1 = 1 – x$.
А) 3;
Б) 0;
В) 0 и 3;
Г) другой ответ.
5. Найдите произведение корней уравнения: $6 \log_3^2 x – 12 \log_3 x = 0$.
А) 9;
Б) 18;
В) 0;
Г) другой ответ.
6. Решите неравенство: $\ln(x^2 + 7x) \le \ln 8$.
А) (- 8; - 7) и (0; 1);
Б) (- ∞; - 8) и (0; 1);
В) (- 8; - 7);
Г) другой ответ.
7. Найдите значение выражения: $\log_5 75 – \lg\sqrt[10]{100} – \log_5 15$.
А) 0,8;
Б) 1,2;
В) 1,4;
Г) другой ответ.

Вариант – 2

1. Какая из данных функций является показательной?
А) $y = \sin x^x$;
Б) $y = (\sqrt{2})^x$;
В) $y = x^{\sqrt{2}}$;
Г) $y = 2^{\sin x}$.
2. Какой логарифм является десятичным?
А) $\log_6 x$;
Б) $\lg x$;
В) $\ln x$;
Г) другой ответ.
3. Внесите множитель под знак корня, если с < 0: $c\sqrt[4]{2}$.
А) $\sqrt[4]{5c^4}$;
Б) $\sqrt[4]{2c}$;
В) $-\sqrt[4]{2c^4}$;
Г) $-\sqrt[4]{2c}$.
4. Решите уравнение $\sqrt{2x} – 1 = 2 – x$.
А) 5;
Б) 1;
В) 1 и 5;

Г) другой ответ.

5. Найдите произведение корней уравнения: $\lg^2 x - 2\lg x - 3 = 0$.

А) 100;

Б) 10;

В) – 3;

Г) другой ответ.

6. Решите неравенство: $\log_4(3x - x^2) \le \log_4 2$.

А) (0; 1) и (2; 3);

Б) (- ∞; 1) и (2; 3);

В) (1; 2);

Г) другой ответ.

7. Найдите значение выражения: $\log_2 0{,}4 + \log_2 \sqrt{2} + \log_2 10$.

А) 3,5;

Б) 2,5;

В) 3;

Г) другой ответ.

Контрольная работа по теме: «Функции, их свойства и графики»

Вариант 1

1. Найти область определения функции

А) $y = \frac{5x^2}{x-3}$;

Б) $y = \sqrt{x^2 - 8x + 12}$.

2. Исследовать функцию и построить ее график: $y = \frac{4}{x^2 - 2x}$.

3. Построить график функции y = 3 sinx + 2.

Вариант 2

1. Найти область определения функции

А) $y = \frac{x^2}{x+3}$;

Б) $y = \sqrt{x^2 - x - 2}$.

2. Исследовать функцию и построить ее график: $y = \frac{2}{x^2 + 2x}$.

3. Построить график функции y = 2cosx – 1.

Контрольный тест по теме «Уравнения и неравенства»

Вариант 1

1. Найдите сумму корней уравнения $(2x + 3)(x^2 + x - 2) = 0$.

А) – 2,5;

Б) 2;

В) – 0,5;

Г) другой ответ.

2. Найдите сумму корней уравнения $2\left(\frac{2x+3}{x-1}\right)^2 - 7\frac{2x+3}{x-1} + 5 = 0.$

А) 3,5;

Б) – 4;

В) 7;
Г) другой ответ.

3. Решите неравенство $\frac{x+3}{2}+\frac{x-4}{5}\geq 0$.

А) (1; ∞);
Б) (- ∞; 1);
В) [1; ∞);
Г) другой ответ.

4. Решите систему неравенств: $\begin{cases} 2(3x-1)\leq 3(4x+1)+16, \\ 4(2+x)\prec 3x+10. \end{cases}$

А) (-3,5; 2);
Б) решений нет;
В) [- 3,5; 2);
Г) другой ответ.

5. Решите уравнение $\sqrt{x+1}=1-x.$

А) 3;
Б) 0;
В) 0 и 3;
Г) другой ответ.

6. Найдите сумму корней уравнения $\sqrt{3x+1}-\sqrt{2x-1}=1.$

А) 10;
Б) 6;
В) 12;
Г) другой ответ.

7.Решите систему уравнений $\begin{cases} x-y=7, \\ \lg(2\mathrm{x}+\mathrm{y}+2)=1. \end{cases}$

А) (5; - 2);
Б) (9; 2);
В) (- 5; 2);
Г) другой ответ.

Вариант 2

1. Найдите произведение корней уравнения $(3x + 1)(2x^2 + x – 3) = 0$.

А) – 0,5;
Б) 1;
В) 0,5;
Г) другой ответ.

2. Найдите сумму корней уравнения $5\left(\frac{2+x}{1-x}\right)^2-2\frac{2+з}{1-x}-3=0.$

А) 3;
Б) – 7;
В) 0,4;
Г) другой ответ.

3. Решите неравенство $\frac{x-2}{3}+\frac{x+3}{2}\prec 0$.

А) (- ∞; 0);
Б) (- ∞; - 1);
В) (- ∞; 0];
Г) другой ответ.

4. Решите систему неравенств: $\begin{cases} 21-4(x+4) \prec 4x-7(2x-1), \\ 6 \geq -2(x+1)+3. \end{cases}$

А) (- 2,5; $\frac{1}{3}$);

Б) решений нет;

В) [- 2,5; $\frac{1}{3}$);

Г) другой ответ.

5. Решите уравнение $\sqrt{2x-1} = 2-x.$

А) 5;

Б) 1;

В) 1 и 5;

Г) другой ответ.

6. Найдите сумму корней уравнения $x+9=5\sqrt{x+3}.$

А) 3;

Б) 5;

В) 7;

Г) другой ответ.

7.Решите систему уравнений $\begin{cases} 2x-3y=2, \\ \mathrm{l}oo_2(2\mathrm{x}+\mathrm{y}+6)=4. \end{cases}$

А) (3; $\frac{4}{3}$);

Б) (4; 2);

В) (- 2; - 2);

Г) другой ответ.

Вариант 3

1. Найдите сумму корней уравнения (4x – 2)($2x^2$ + x – 1) = 0.

А) – 2;

Б) 1;

В) 0;

Г) другой ответ.

2. Найдите сумму корней уравнения $4\left(\frac{x+1}{x}\right)^2+5\frac{x+1}{x}+1=0.$

А) – 1,3;

Б) – 2;

В) – 1,25;

Г) другой ответ.

3. Решите неравенство $\frac{2x-1}{4}+\frac{x+3}{3} \leq 0$.

А) (- ∞; - 0,9];

Б) (- ∞; - 0,9);

В) (- ∞; 1,5];

Г) другой ответ.

4. Решите систему неравенств: $\begin{cases} 2+11(x+2) \geq 5-3(5+2x), \\ 5-7x \prec 7+3(3x-2. \end{cases}$

А) (0,25; + ∞);

Б) решений нет;

В) [- 2; 0,25);

Г) другой ответ.

5. Решите уравнение $\sqrt{5x-6}=x-4$.

А) 11;
Б) 2;
В) 2 и 11;
Г) другой ответ.

6. Найдите сумму корней уравнения $x+6=5\sqrt{x+2}$.

А) 13;
Б) 15;
В) 12;
Г) другой ответ.

7.Решите систему уравнений $\begin{cases} 6x-7y=3, \\ loo_6(4\mathrm{x}+5\mathrm{y}+5)=2. \end{cases}$

А) (4; 3);
Б) (7,5; 6);
В) (- 3; - 3);
Г) другой ответ.

Вариант 4

1. Найдите произведение корней уравнения (6 – 3x) (- x^2 + x + 3) = 0.

А) – 3;
Б) 3;
В) 6;
Г) другой ответ.

2. Найдите сумму корней уравнения $2\left(\frac{x-2}{4x}\right)^2-3\frac{x-2}{4x}+1=0$.

А) 1,5;
Б) $-2\frac{2}{3}$;
В) – 1,5;
Г) другой ответ.

3. Решите неравенство $\frac{2x-4}{5}-\frac{2x+3}{4}\prec 0$.

А) (-15,5; ∞);
Б) [- 15,5; ∞);
В) (- ∞; 15,5];
Г) другой ответ.

4. Решите систему неравенств: $\begin{cases} 15-7(x+2)\prec 5x-2(3-x), \\ 14+3x\ge 11-3(5-2x). \end{cases}$

А) (- ∞; 6];
Б) решений нет;
В) (- ∞; 6);
Г) другой ответ.

5. Решите уравнение $\sqrt{3x+4}=2-x$.

А) 7;
Б) 0;
В) 0 и 7;
Г) другой ответ.

6. Найдите сумму корней уравнения $2x+7=3\sqrt{x+3}$.

А) – 4,75;

Б) – 4,5;
В) – 1,25;
Г) другой ответ.

7.Решите систему уравнений $\begin{cases} 2x = 3y - 3, \\ loo_{\sqrt{2}}(x - 3y + 8) = 2. \end{cases}$

А) (3; 3);
Б) (7; 8);
В) (- 3; - 1);
Г) другой ответ.

Контрольный тест по теме «Производная и ее применение»

Вариант 1.

1. Какая из данных функций нечетная?
А) y = tgx + sin 2x;
В) $y = x^5 + x^2$;
Б) y = -x sin x;
Г) y = ctg x + cos 2x.

2. Найдите производную функции $y = x^3 – 0,5\ x^2$.
А) $y = x^2 – x$;
В) $y = x^5 + x^2$;
Б) $y = x^2 – 0,5\ x$;
Г) другой ответ.

3. Найдите y’ (1), если $y = (3 – x^2)(x^2 + 6)$.
А) -1;
В) 14;
Б) 2;
Г) другой ответ.

4. Выберите функцию, производная которой $y' = -\frac{1}{(x-2)^2}$.
А) $y = \frac{1}{x-2}$;
В) $y = \frac{3-x}{x-2}$;
Б) $y = \frac{3-x}{2-x}$;
Г) другой ответ.

5. Найдите f ’(x), если $f(x) = (3x – 2)^6$.
А) $6(3x – 2)^5$;
В) $18(3x – 2)^5$;
Б) $6x^5$;
Г) другой ответ.

6. Решите уравнение f ‘(x) = 0, если $f(x) = 0,125(x + 3)(x – 3)^2$.
А) – 1 и 3;
В) ± 3;
Б) – 1 и – 3;
Г) другой ответ.

7. Решите неравенство $\frac{x^2}{x+3} \rangle 0$.
А) $(-3;0) \cup (0;+\infty)$;

В) $(-3;+\infty)$;

Б) $(-\infty;-3)\cup(0;+\infty)$;

Г) другой ответ.

8. Материальная точка движется по закону $x(t) = 3t^3 - t^2 + 5t$ (перемещение измеряется в метрах). Найдите скорость и ускорение в момент времени t = 2 с после начала движения.

А) 37 м/с и 34 м/с^2;

В) 24 м/с и 16 м/с^2;

Б) 27 м/с и 22 м/с^2;

Г) другой ответ.

9. Напишите уравнение касательной к графику функции $y = 2x - x^2 + 2$ в точке $x_0 = -1$.

А) y = 4x + 3;

В) y = 3x + 4;

Б) y = 4x + 5;

Г) другой ответ.

10. Найдите тангенс угла наклона касательной к графику функции $y = 2x^3 - x^2$ в точке $x_0 = 2$.

А) 20;

В) 6;

Б) 28;

Г) другой ответ.

Вариант 2

1. Какая из данных функций четная?

А) y = tgx + sin 2x; В) $y = 3x - x^2$;

Б) y = -x sin x; Г) $y = \mathrm{tg}\,x + \cos\sqrt{2}x$.

2. Найдите производную функции $y = \frac{1}{3}x^3 + x^2 + 2$.

А) $y = x^2 + 2x + 2$; В) $y = x^2 + 2x$;

Б) $y = x^2 + x$; Г) другой ответ.

3. Найдите y' (- 1), если $y = (3x - 7)(x^3 + 2)$.

А) -10; В) 4;

Б) 2; Г) другой ответ.

4. Выберите функцию, производная которой $y' = \frac{1}{(x-2)^3}$.

А) $y = \frac{1}{(x-2)^4}$; В) $y = -\frac{1}{2(x-2)^2}$;

Б) $y = \frac{1}{2(x-2)^2}$; Г) другой ответ.

5. Найдите f ’(x), если $f(x) = (3 - 2x)^{12}$.

А) $12(3 - 2x)^{11}$; В) $-24(3 - 2x)^{11}$;

Б) $24(3 - 2x)^{11}$; Г) другой ответ.

6. Решите уравнение f ‘(x) = 0, если $f(x) = (2x + 3)^2(x - 3)$.

А) ± 1,5; В) – 2 и 3;

Б) 1 и 3; Г) другой ответ.

7. Решите неравенство $\frac{2x^2}{x-2} \le 0$.

А) $[0;2) \cup (2;+\infty)$;
В) $(-\infty;2]$;
Б) $(-\infty;2)$;
Г) другой ответ.

8. Материальная точка движется по закону x(t) = $2t^3 - 3t^2 + 5$ (перемещение измеряется в метрах). Найдите скорость и ускорение в момент времени t = 2 с после начала движения.

А) 19 м/с и 14 м/с^2;
В) 12 м/с и 18 м/с^2;
Б) 14 м/с и 12 м/с^2;
Г) другой ответ.

9. Напишите уравнение касательной к графику функции $y = x - 2x^2 - 1$ в точке $x_0 = 1$.

А) y = - 3x - 6;
В) y = - 3x - 2;
Б) y = - 3x - 4;
Г) другой ответ.

10. Найдите тангенс угла наклона касательной к графику функции $y = x^2 - 3x^3$ в точке $x_0 = 1$.

А) - 2;
В) - 9;
Б) - 7;
Г) другой ответ.

Вариант 3

1. Какая из данных функций нечетная?

А) $y = \frac{x^2}{x|x|}$;
В) $y = 3x^3 - |x|$;
Б) $y = -x^2\cos x$;
Г) $y = \sqrt{x^2 + 3x}$.

2. Найдите производную функции $y = x - x^3 + 7$.

А) $y = 1 - 3x^2$;
В) $y = 3x^2 - 1$;
Б) $y = 1 - x^2$;
Г) другой ответ.

3. Найдите y' (-2), если $y = (x - 7)(-x^2 + 2x + 5)$.

А) -1;
В) - 36;
Б) - 57;
Г) другой ответ.

4. Выберите функцию, производная которой $y' = \frac{0{,}25}{(x+2)^3}$.

А) $y = \frac{1}{4(x+1)^4}$;
В) $y = -\frac{1}{8(x+1)^2}$;
Б) $y = -\frac{1}{(x+1)^2}$;
Г) другой ответ.

5. Найдите f '(x), если $f(x) = (3x + 4)^6$.

А) $18(3x + 4)^5$;
В) $18(3x + 4)^6$;
Б) $6(3x + 4)^5$;
Г) другой ответ.

6. Решите уравнение f '(x) = 0, если $f(x) = (4x + 3)\, x^3$.

А) ± 3;
В) $-\frac{9}{16}$ и 0;
Б) $\frac{9}{16}$ и 0;
Г) другой ответ.

7. Решите неравенство $\frac{2(x-1)}{x^2} \le 0$.

А) $[0;1)$;
В) $(-\infty;1]$;
Б) $(-\infty;0) \cup (1;+\infty)$;
Г) другой ответ.

8. Материальная точка движется по закону $x(t)=\frac{t-1}{t+1}$ (перемещение измеряется в метрах). Найдите скорость и ускорение в момент времени t = 1 с после начала движения.

А) -0,5 м/с и 0,5 м/с^2; В) 1м/с и 0м/с^2;
Б) 0,5 м/с и – 0,5 м/с^2; Г) другой ответ.

9. Напишите уравнение касательной к графику функции $y = 2x^2 - 3x$ в точке $x_0 = 2$.

А) y = 5x - 8; В) y = 5x - 3;
Б) y = 5x – 11; Г) другой ответ.

10. Найдите тангенс угла наклона касательной к графику функции $y=\frac{1+2x^2}{x}$ в точке $x_0 = 2$.

А) 1,75; В) 2,25;
Б) 2; Г) другой ответ.

Вариант 4

1. Какая из данных функций четная?

А) y = - xtgx; В) y = 5x +x^2;
Б) y =x^2 – x cosx; Г) y = ctg 2x + sin √2x.

2. Найдите производную функции $y = 12x - x^2 + x^4$.

А) $y = 12 - x + x^3$; В) $y = 12 - 2x + 4x^3$;
Б) $y = - x - x^3$; Г) другой ответ.

3. Найдите y’ (2), если $y = (x - 3)(- x^3 + 2x)$.

А) -1; В) 4;
Б) 6; Г) другой ответ.

4. Выберите функцию, производная которой $y' = -\frac{1}{(x+6)^2}$.

А) $y=\frac{1}{x+6}$; В) $y=-\frac{1}{x+6}$;
Б) $y=-\frac{3}{(x+6)^3}$; Г) другой ответ.

5. Найдите f ’(x), если $f(x) = (4 - x)^{15}$.

А) $(4 - x)^{14}$; В) $15(4 - x)^{14}$;
Б) $4(4 - x)^{14}$; Г) другой ответ.

6. Решите уравнение f ‘(x) = 0, если $f(x) = (x - 3)^3x$.

А) ± 3; В) – 0,75 и - 3;
Б) 0,75 и 3; Г) другой ответ.

7. Решите неравенство $\frac{2x}{x-3} \geq 2$.

А) $(-\infty;+\infty)$; В) $(-\infty;3)\cup(3;+\infty)$;
Б) $(3;+\infty)$; Г) другой ответ.

8. Материальная точка движется по закону $x(t) = 16\sqrt{t} + t^2$ (перемещение измеряется в метрах). Найдите скорость и ускорение в момент времени t = 4 с после начала движения.

А) 19 м/с и 1,5 м/с²; В) 12 м/с и 1,5 м/с²;
Б) 10 м/с и 1,2 м/с²; Г) другой ответ.

9. Напишите уравнение касательной к графику функции $y = 6x - x^2$ в точке $x_0 = -1$.

А) y = 8x + 3; В) y = 8x + 7;
Б) y = 8x + 5; Г) другой ответ.

10. Найдите тангенс угла наклона касательной к графику функции y = cos3,5x +2x в точке $x_0 = 0$.

А) 2; В) 0;
Б) - 2; Г) другой ответ.

Контрольный тест по теме «Первообразная и интеграл»

Вариант 1

1. Какая из данных функций является первообразной для функции $y = 2x^3 - 3x^2$?

А) $3x^2 - 6x$; В) $x^4 - x^3$;
Б) $0,5x^4 - x^3 + 5$; Г) другой ответ.

2. Найдите общий вид первообразных F(x) для функции y = sin 2x.

А) $-\frac{1}{2}\cos 2x + c$; В) $\sin^2$;
Б) $-\cos^2 x + c$; Г) $-\sin^2 x$.

3. Для функции $f(x) = x^2 + 2x - 1$ найдите F(1).

А) $2\frac{1}{3}$; В) $\frac{1}{3}$;
Б) $\frac{2}{3}$; Г) другой ответ.

4. Для функции $y = -3x^2 + 2$ найдите первообразную, график которой проходит через точку М (1; 5).

А) $y = -3x^2 + 2x + 4$; В) $y = -x^3 + 2x + 4$;
Б) $y = -3x^3 + 2x + 5$; Г) другой ответ.

5. Какой из интегралов нельзя вычислить с помощью формулы Ньютона-Лейбница?

А) $\int_0^{\pi} \mathrm{tg}x\,dx$; В) $\int_1^5 (x^3 + x)\,dx$;
Б) $\int_0^2 \frac{x\,dx}{x+4}$; Г) $\int_0^{\pi} \cos x\,dx$.

6. Вычислите интеграл $\int_1^2 (x - 3x^2)\,dx$.

А) 5,5; В) – 5,5;
Б) 11; Г) другой ответ.

7. Вычислите интеграл $\int_1^2 (2x-3)^7\,dx$.

А) $\frac{1}{8}$; В) 0;

Б) $\frac{1}{16}$; Г) другой ответ.

8. Вычислите интеграл $\int_1^6 \frac{2dx}{\sqrt{x+3}}$.

А) 4; В) 10;

Б) 2; Г) другой ответ.

9. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 6x$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 2$.

А) 3; В) 6;

Б)9; Г) другой ответ.

10. Найдите площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y = x^2 - x$, $y = 0$.

А) $\frac{1}{6}$; В) $\frac{1}{3}$;

Б) $\frac{5}{6}$; Г) другой ответ.

Вариант 2

1. Какая из данных функций является первообразной для функции $y = 3x^3 - 2x$?

А) $\frac{3}{4}x^4 - x^2 + 1$; В) $x^4 - 2x^2 + 3$;

Б) $x^4 - x^2$; Г) другой ответ.

2. Найдите общий вид первообразных F(x) для функции $y = \cos 2x$.

А) $\frac{1}{2}\sin 2x + c$; В) - $\sin^2 + c$;

Б) $\sin^2 x + c$; Г) $2\sin 2x + c$.

3. Для функции $f(x) = x^3 - 4x + 1$ найдите F(1).

А) $-\frac{3}{4}$; В) $1\frac{1}{4}$;

Б) $2\frac{3}{3}$; Г) другой ответ.

4. Для функции $y = 3 + 4x^3$ найдите первообразную, график которой проходит через точку М (1; 1).

А) $y = x^4 + 3x - 3$; В) $y = 4x^4 + 3x - 7$;

Б) $y = x^4$; Г) другой ответ.

5. Какой из интегралов нельзя вычислить с помощью формулы Ньютона-Лейбница?

А) $\int_0^2 (x-1)x\,dx$; В) $\int_0^2 \sqrt{x+1}\,dx$;

Б) $\int_0^2 \frac{x\,dx}{(x-1)^2}$; Г) $\int_0^2 \frac{x\,dx}{(x+1)^2}$.

6. Вычислите интеграл $\int_1^2 (x^2 - x)dx$.

А) $-\frac{5}{6}$; В) 2;

Б) $\frac{5}{6}$; Г) другой ответ.

7. Вычислите интеграл $\int_0^1 (1-2x)^6 dx$.

А) $\frac{1}{14}$; В) 0;

Б) $\frac{1}{7}$; Г) другой ответ.

8. Вычислите интеграл $\int_{-2}^{2} \frac{dx}{\sqrt{2x+5}}$.

А) 4; В) 8;

Б) 2; Г) другой ответ.

9. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 2x$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 3$.

А)8; В) 6;

Б)4; Г) другой ответ.

10. Найдите площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y = 3x^2 - 6x$, $y = 0$.

А) 2; В) 6;

Б)4; Г) другой ответ.

Контрольный тест по теме «Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей»

Вариант 1

1. Сколько двузначных чисел можно составить из цифр 1, 3, 5, 7, 0?

а) 20;
б) 12;
в) 36;
г) другой ответ.

2. Три поросенка – Ниф-Ниф, Наф-Наф и Нуф-Нуф – решили построить свои домики в разных местах – возле реки, возле леса и возле горы. Используя дерево вариантов, определи, сколькими способами это можно сделать.

а) 6;
б) 12;
в) 18;
г) другой ответ.

3. Вычисли $\frac{11!}{5!\bullet 6!}$.

а) 647;
б) 124;

в) 462;
г) другой ответ.

4. В столовой на обед дали салат, первое, второе, чай и апельсин. Учащийся апельсин съест в последнюю очередь, а остальные блюда в произвольном порядке. Найдите число всевозможных вариантов обеда.

а) 24;
б) 32;
в) 183;
г) другой ответ.

5. В коробке 7 цветных карандашей и 3 простых. Вы вытаскиваете 2 карандаша наугад. Найдите вероятность того, что вы вытащите 1 простой карандаш.

а) $\approx 0{,}123$;
б) $\approx 0{,}056$;
в) $\approx 0{,}009$;
г) другой ответ.

6. Вычислите:а) $\frac{P_9-8}{P_7}$; б) $\frac{P_5(C_{11}^5-C_{11}^4)}{A_{12}^5}$.

7. Сколькими способами в бригаде, состоящей из пяти работников, можно распределить три путевки: в дом отдыха, в санаторий и на турбазу?

8. Сколькими способами можно увезти со склада 10 ящиков на двух автомашинах, если на каждую автомашину грузят по 5 ящиков?

Вариант 2

1. Сколько двузначных чисел можно составить из цифр 2, 3, 6, 9, 0?

а) 6;
б) 20;
в) 18;
г) другой ответ.

2. «Проказница Мартышка, Осел, Козел да косолапый Мишка» задумали сыграть на музыкальных инструментах: гитаре, виолончели, трубе и барабане. Используя дерево вариантов, определи, сколькими способами это можно сделать.

а) 6;
б) 32;
в) 28;
г) другой ответ.

3. Вычисли $\frac{9!}{6!\bullet 2!}$.

а) 252;
б) 128;
в) 180;
г) другой ответ.

4. В новогоднем подарке есть конфета, яблоко, груша, банан и апельсин. Ваня банан съест в первую очередь, а потом в произвольном порядке. Найдите число всевозможных вариантов.

а) 60;
б) 24;
в) 180;
г) другой ответ.

5. В коробке 4 ореха и 2 кокоса. Вы вытаскиваете 2 предмета наугад. Найдите вероятность того, что вы вытащите 1 кокос.

а) $\approx 0{,}13$;
б) $\approx 0{,}056$;
в) $\approx 0{,}009$;
г) другой ответ.

6. Вычислите:а) $\frac{A_9^3+A_9^2}{P_8}$; б) $\frac{A_{15}^7 A_{15}^6}{C_{16}^7}$.

7. Группа из 28 учащихся обменялась фотокарточками. Сколько всего было роздано фотокарточек?

8. В стройотряде 15 студентов. Сколькими способами их можно разбить на 3 бригады численностью 3,7 и5 человек?

Вариант 3

1. Сколько двузначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5?

а) 65;
б) 12;
в) 25;
г) другой ответ.

2. Пятерым ученикам за контрольную работу поставили всем разные оценки. Используя дерево вариантов, определи, сколькими способами это можно сделать.

а) 120;
б) 34;
в) 18;
г) другой ответ.

3. Вычисли $\frac{7!\bullet 5!}{6!}$.

а) 624;
б) 840;
в) 188;
г) другой ответ.

4. Девять студентов пришли сдавать экзамен по математике. Трое уже зашли в кабинет, а остальные еще только готовятся. Найдите число всевозможных способов для этих студентов.

а) 60;
б) 120;
в) 180;
г) другой ответ.

5. В кармане 5 шоколадных конфет и 3 карамельки вы случайным образом вытаскиваете 3 конфеты. Найдите вероятность того, что вы вытащите 1 шоколадную конфету.

а) $\approx 0{,}09$;

б) $\approx 0{,}056$;

в) $\approx 0{,}129$;

г) другой ответ.

6. Вычислите: а) $\frac{1}{n!} - \frac{1}{(n+1)!}$; б) $P_5 C_9^4 - A_8^3$.

7. В поезде вагонов. Сколькими способами можно распределить по вагонам 6 проводников, если за каждым вагоном, закрепляется один проводник?

8. Из 12 красных и 8 белых гвоздик надо составить букет так, чтобы в нем были 3 красные и 2 белые гвоздики. Сколькими способами можно составить такой букет.

Приложение В

Практическая работа № 1

Тема: Тригонометрические формулы.
Цель: Отработать навыки работы с тригонометрическими формулами.

Методические рекомендации

I. Основные тригонометрические тождества.

1. $\sin^2 x+\cos^2 x=1$; $\sin^2 x=1-\cos^2 x$; $\cos^2 x=1-\sin^2 x$
2. $\mathrm{tg}x=\dfrac{\sin x}{\cos x}\Rightarrow \sin x=\mathrm{tg}x\cdot\cos x$
3. $\mathrm{ctg}x=\dfrac{\cos x}{\sin x}\Rightarrow \cos x=\mathrm{ctg}x\cdot\sin x$
4. $\mathrm{tg}x\cdot\mathrm{ctg}x=1\Rightarrow \mathrm{tg}x=\dfrac{1}{\mathrm{ctg}x}$ и $\mathrm{ctg}x=\dfrac{1}{\mathrm{tg}x}$
5. $1+\mathrm{tg}^2x=\dfrac{1}{\cos^2 x}$
6. $1+\mathrm{ctg}^2x=\dfrac{1}{\sin^2 x}$

II. Формулы сложения.

1. $\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$
2. $\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$
3. $\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$
4. $\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$
5. $\mathrm{tg}(\alpha+\beta)=\dfrac{\mathrm{tg}\alpha+\mathrm{tg}\beta}{1-\mathrm{tg}\alpha\mathrm{tg}\beta}$
6. $\mathrm{tg}(\alpha-\beta)=\dfrac{\mathrm{tg}\alpha-\mathrm{tg}\beta}{1+\mathrm{tg}\alpha\mathrm{tg}\beta}$

III. Формулы двойного и половинного аргументов.

1. $\sin2\alpha=2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$
2. $\cos2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$; $\cos2\alpha=2\cos^2\alpha-1$; $\cos2\alpha=1-2\sin^2\alpha$
3. $\mathrm{tg}2\alpha=\dfrac{2\mathrm{tg}\alpha}{1-\mathrm{tg}^2\alpha}$
4. $\sin\dfrac{\alpha}{2}=\pm\sqrt{\dfrac{1-\cos\alpha}{2}}$
5. $\cos\dfrac{\alpha}{2}=\pm\sqrt{\dfrac{1+\cos\alpha}{2}}$
6. $\mathrm{tg}\dfrac{\alpha}{2}=\sqrt{\dfrac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}}$

IV. Формулы суммы и разности одноименных тригонометрических функций.

1. $\sin\alpha+\sin\beta=2\sin\dfrac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\dfrac{\alpha-\beta}{2}$
2. $\sin\alpha-\sin\beta=2\cos\dfrac{\alpha+\beta}{2}\cdot\sin\dfrac{\alpha-\beta}{2}$
3. $\cos\alpha+\cos\beta=2\cos\dfrac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\dfrac{\alpha-\beta}{2}$
4. $\cos\alpha-\cos\beta=-2\sin\dfrac{\alpha+\beta}{2}\cdot\sin\dfrac{\alpha-\beta}{2}$

5. $\mathrm{tg}\alpha \pm \mathrm{tg}\beta = \dfrac{\sin(\alpha \pm \beta)}{\cos\alpha \cdot \cos\beta}$

Варианты заданий практической работы

1 вариант

1. Найдите значение выражения:

а) $\sin\frac{\pi}{6} - \cos\frac{\pi}{3} + 2\mathrm{tg}\frac{\pi}{4}$;

б) $\sin 315^\circ \cdot \cos 225^\circ + \mathrm{ctg}\, 210^\circ \cdot \mathrm{tg}\, 300^\circ$

2. Вычислите:

а) $\dfrac{\cos 120^\circ \cdot \cos 50^\circ + \sin 120^\circ \cdot \sin 50^\circ}{\cos 25^\circ \cdot \cos 45^\circ - \sin 25^\circ \cdot \sin 45^\circ}$;

б) $\cos^2\frac{\pi}{12} - \sin^2\frac{\pi}{12}$

3. Упростите выражения:

а)

$2\sin(\pi + \alpha) \cdot \sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) + \mathrm{tg}(\pi - \alpha) \cdot \mathrm{ctg}(2\pi + \alpha)$

б) $\dfrac{\sin 4\alpha - \sin 2\alpha}{\cos 4\alpha + \cos 2\alpha}$; в) $\dfrac{\sin^4\alpha - \cos^4\alpha}{2\sin\alpha \cdot \cos\alpha}$

1. Доказать тождество: $\dfrac{\mathrm{ctg}\alpha}{\mathrm{tg}\alpha + \mathrm{ctg}\alpha} = \cos^2\alpha$

2 вариант

1. Найдите значение выражения:

а) $\sin\frac{\pi}{4} - \cos\frac{\pi}{4} + 3\mathrm{tg}\frac{\pi}{3}$;

б) $\cos 210^\circ \cdot \sin 300^\circ + \mathrm{ctg}\, 45^\circ \cdot \mathrm{tg}\, 225^\circ$

2. Вычислите:

а) $\dfrac{\sin 5^\circ \cdot \cos 25^\circ + \cos 5^\circ \cdot \sin 25^\circ}{\cos 80^\circ \cdot \cos 50^\circ + \sin 80^\circ \cdot \sin 50^\circ}$;

б) $2\cos\frac{\pi}{8} \cdot \sin\frac{\pi}{8}$

3. Упростите выражения:

а)

$2\sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) \cdot \sin(\pi + \alpha) + \mathrm{tg}(\pi + \alpha) \cdot \mathrm{ctg}(2\pi - \alpha)$

б) $\dfrac{\cos 3\alpha - \cos\alpha}{\sin 3\alpha + \sin\alpha}$; в) $\dfrac{1 - (\sin\alpha - \cos\alpha)^2}{1 - \cos^2\alpha}$

4. Доказать тождество:

$\left(\sin\frac{\alpha}{2} - \cos\frac{\alpha}{2}\right)^2 = 1 - \sin\alpha$

3 вариант

1. Найдите значение выражения:

а) $\sin\frac{\pi}{2} \cdot \cos\frac{\pi}{4} - \cos\frac{\pi}{3} \cdot \mathrm{tg}\frac{\pi}{4}$;

б) $\sin 225^\circ \cdot \cos 300^\circ + \mathrm{tg}\, 45^\circ \cdot \mathrm{ctg}\, 135^\circ$

2. Вычислите:

а) $\dfrac{\cos 18^\circ \cdot \cos 12^\circ - \sin 18^\circ \cdot \sin 12^\circ}{\sin 23^\circ \cdot \cos 7^\circ + \cos 23^\circ \cdot \sin 7^\circ}$;

б) $\dfrac{2\mathrm{tg}\, 15^\circ}{1 - \mathrm{tg}^2 15^\circ}$

3. Упростите выражения:

а) $\mathrm{tg}\left(\frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{6}\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{3}\right) \cdot \cos\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right)$

б) $\dfrac{\sin 3\alpha - \sin\alpha}{\cos 3\alpha - \cos\alpha}$; в) $\dfrac{\mathrm{tg}\alpha}{\mathrm{tg}\alpha + \mathrm{ctg}\alpha}$

4. Доказать тождество:

$\dfrac{\mathrm{tg}\alpha}{\mathrm{tg}\alpha + \mathrm{ctg}\alpha} = \sin^2\alpha$

4 вариант

1. Найдите значение выражения:

а) $\sin\frac{\pi}{3} \cdot \cos\pi - \cos\frac{\pi}{3} \cdot \sin\frac{\pi}{6}$;

б) $\cos 135^\circ \cdot \sin 210^\circ + \mathrm{ctg}\, 300^\circ \cdot \mathrm{tg}\, 315^\circ$

2. Вычислите:

а) $\dfrac{\sin 35^\circ \cdot \cos 5^\circ - \cos 35^\circ \cdot \sin 5^\circ}{\cos 20^\circ \cdot \cos 10^\circ - \sin 20^\circ \cdot \sin 10^\circ}$

б) $\dfrac{\mathrm{tg}\, 73^\circ - \mathrm{tg}\, 13^\circ}{1 + \mathrm{tg}\, 73^\circ \cdot \mathrm{tg}\, 13^\circ}$

3. Упростите выражения:

а) $\mathrm{ctg}\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \cdot \sin\left(2\pi - \frac{\pi}{3}\right) \cdot \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{6}\right)$

б) $\dfrac{\cos 4\alpha + \cos 6\alpha}{\sin 4\alpha + \sin 6\alpha}$

4. Доказать тождество:

$(\sin\alpha + \cos\alpha)^2 - 1 = \sin 2\alpha$

Практическая работа № 2

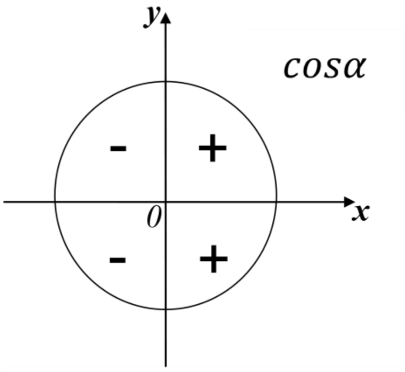
Тема: Тригонометрические функции.

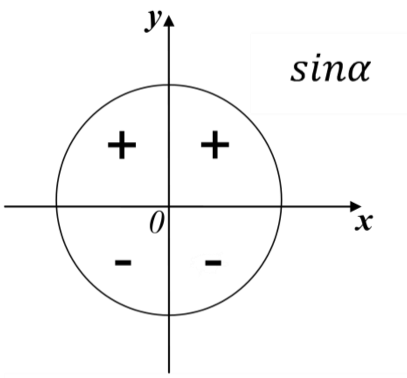
Цель: Отработать умения использовать свойства тригонометрических функций при преобразовании тригонометрических выражений.

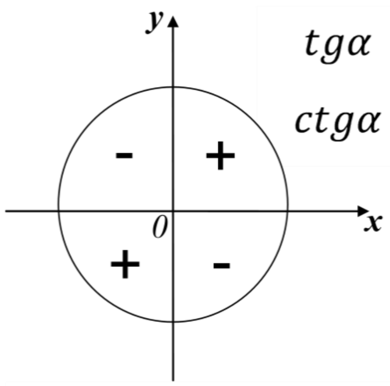
Методические рекомендации

При выполнении заданий данной практической работы, воспользуйтесь методическими рекомендациями к практической работе № 1, а также предложенными методическими рекомендациями.

Знаки значений тригонометрических функций по четвертям.







Формулы приведения.

Если в формуле аргумент функции имеет вид: $\alpha; \frac{\pi}{2} \pm \alpha; \pi \pm \alpha; \frac{3\pi}{2} \pm \alpha; 2\pi \pm \alpha$, то данные формулы называются формулами приведения.

При составлении формул приведения, необходимо пользоваться следующими правилами:

1. Знак функции, стоящей в правой части равенства, определяется по знаку функции, стоящей в левой части равенства.
2. Если аргумент функции имеет вид: $\pi \pm \alpha; 2\pi \pm \alpha$, то название функции не меняется. Если же аргумент функции имеет вид: $\frac{3\pi}{2} \pm \alpha; \frac{\pi}{2} \pm \alpha$, то название функции меняется на сходное: $\sin$ на $\cos$, tg на ctg и наоборот.

Варианты заданий практической работы

1 вариант

1. Найдите значение выражения: $2\sin 60^\circ + \cos 90^\circ - \operatorname{tg} 45^\circ$

   1) $2\sqrt{3}-1$;   2) $\sqrt{3}-1$;   3) $\sqrt{3}$;   4) 0

2. Сравните с нулем выражения: $\sin 120^\circ$; $\cos 195^\circ$; $\operatorname{ctg} 359^\circ$.

   1) + - -   2) - - +   3) + + -   4) + - +

3. Вычислите: $6\cos^2\frac{\pi}{4} + \operatorname{tg}^2\left(-\frac{\pi}{3}\right) - \operatorname{ctg}\left(-\frac{\pi}{2}\right)$

   1) 12;   2) $\sqrt{3}-3$;   3) 6;   4) 0

4. Упростите выражение: $\dfrac{\sin(\pi+\alpha)\cdot\cos(\pi-\alpha)}{\mathrm{ctg}\left(\dfrac{3\pi}{2}-\alpha\right)}$

1) $-\cos^2\alpha$; 2) $\cos^2\alpha$; 3) $\sin^2\alpha$; 4) $-\sin^2\alpha$

5. Упростите выражение: $\sin\alpha\cdot\cos\alpha\cdot\mathrm{ctg}\alpha-1$

1) 0; 2) $\cos^2\alpha$; 3) $-\sin^2\alpha$; 4) $\sin^2\alpha$

6. Упростите выражение: $\dfrac{\sin^2\alpha-\cos^2\alpha}{\sin\alpha\cdot\cos\alpha}$

1) $\sin\alpha-\cos\alpha$; 2) $-2\mathrm{ctg}\,2\alpha$; 3) $\mathrm{tg}\,2\alpha$; 4) $0{,}5ctg2\alpha$

7. Вычислите: $2\sin15^\circ\cdot\cos15^\circ$

1) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$; 2) $\dfrac{1}{4}$; 3) $\sqrt{3}$; 4) $\dfrac{1}{2}$

8. Вычислите: $\cos\dfrac{7\pi}{4}$

1) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$; 2) $-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$; 3) $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$; 4) 0

9. Представив 105° как $60^\circ+45^\circ$, вычислите $\sin105^\circ$

1) $\dfrac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$; 2) $\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$; 3) $\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$; 4) $\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}$

10. Дано: $\sin\alpha=-\dfrac{3}{5}$, где $\pi<\alpha<\dfrac{3\pi}{2}$. Найдите $\mathrm{tg}\,2\alpha$.

1) $\dfrac{6}{7}$; 2) $-3\dfrac{3}{5}$; 3) $1\dfrac{5}{7}$; 4) $3\dfrac{3}{7}$

2 вариант

1. Найдите значение выражения: $5\sin30^\circ-\mathrm{ctg}45^\circ+\cos180^\circ$

1) $2{,}5$; 2) $0{,}5$; 3) $\dfrac{5\sqrt{3}}{2}$; 4) $1{,}5$

2. Сравните с нулем выражения: $\sin187^\circ$; $\cos125^\circ$; $\mathrm{tg}80^\circ$

1) + - + 2) - + + 3) - - + 4) - + -

3. Вычислите: $5\sin\left(-\dfrac{\pi}{2}\right)+4\cos0-3\sin\dfrac{3\pi}{2}+\cos^2\dfrac{\pi}{6}$

1) $2\dfrac{3}{4}$; 2) $-4\dfrac{1}{4}$; 3) $-4\dfrac{3}{4}$; 4) $1\dfrac{3}{4}$

4. Упростите выражение: $\frac{\mathrm{tg}(\pi-\alpha)}{\cos(\pi+\alpha)} \cdot \frac{\sin\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)}{\mathrm{tg}\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)}$

1) $\mathrm{tg}^2\alpha$; 2) $-\mathrm{tg}^2\alpha$; 3) $-\mathrm{ctg}^2\alpha$; 4) $\mathrm{ctg}^2\alpha$

5. Упростите выражение: $\frac{\cos 2\alpha}{\cos\alpha+\sin\alpha}-\cos\alpha$

1) $-\sin\alpha$; 2) $\sin\alpha$; 3) $-2\cos\alpha$; 4) $\sin\alpha-2\cos\alpha$

6. Упростите выражение: $\frac{\sin^2\alpha-1}{1-\cos^2\alpha}$

1) $\mathrm{ctg}^2\alpha$; 2) $\mathrm{tg}^2\alpha$; 3) $-\mathrm{tg}^2\alpha$; 4) $-\mathrm{ctg}^2\alpha$

7. Вычислите: $\cos^2\frac{\pi}{8}-\sin^2\frac{\pi}{8}$

1) $2\sqrt{2}$; 2) $\sqrt{2}$; 3) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; 4) 0

8. Вычислите: $\cos 150^\circ$

1) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; 2) $\frac{1}{2}$; 3) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$; 4) $-\frac{1}{2}$

9. Представив 15° как $45^\circ-30^\circ$, вычислите $\cos 15^\circ$

1) $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$; 2) $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$; 3) $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$; 4) $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}$

10. Дано: $\cos\alpha=-\frac{5}{13}$, где $\frac{\pi}{2}<\alpha<\pi$. Найдите $\mathrm{ctg}2\alpha$

1) $-1\frac{1}{10}$; 2) $-\frac{119}{120}$; 3) $1\frac{1}{119}$; 4) $\frac{119}{120}$

3 вариант

1. Найдите значение выражения: $2\sin 60^\circ\cdot\cos 60^\circ+\mathrm{ctg}90^\circ$

1) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$; 2) $\frac{\sqrt{3}}{2}+1$; 3) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; 4) 0

2. Сравните с нулем выражения: $\sin 300^\circ$; $\cos 105^\circ$; $\mathrm{tg}70^\circ$

1) - + - 2) + + - 3) - - + 4) + - -

3. Вычислите: $3\sin(-\pi)+2\mathrm{tg}0-4\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)+\cos^2\frac{\pi}{3}$

1) $-4\frac{1}{4}$;   2) $-3\frac{3}{4}$;   3) $4\frac{1}{4}$;   4) $1\frac{3}{4}$

4. Упростите выражение: $\dfrac{1-\sin\left(\frac{3\pi}{2}+2\alpha\right)}{\sin(\pi-3\alpha)-\sin(-\alpha)}$

1) $\frac{1}{2\sin\alpha}$;   2) 1;   3) $-\frac{1}{2\sin\alpha}$;   4) 0

5. Упростите выражение: $\sin\alpha\cdot\mathrm{ctg}\alpha-\cos\alpha+1$

1) -1;   2) 1;   3) 0;   4) нет реш.

6. Упростите выражение: $\dfrac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha}-\dfrac{\sin\alpha}{1-\cos\alpha}$

1) $-2\mathrm{tg}\alpha$;   2) $\mathrm{ctg}\alpha$;   3) $-2\mathrm{ctg}\alpha$;   4) 1

7. Вычислите: $2\sin 45^\circ\cdot\cos 45^\circ$

1) 1;   2) 0;   3) -1;   4) 2

8. Вычислите: $\sin\frac{2\pi}{3}$

1) $\frac{\sqrt{3}}{2}$;   2) 1;   3) 0;   4) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

9. Представив 75° как $45^\circ+30^\circ$, вычислите $\sin 75^\circ$

1) $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$;   2) $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$;   3) $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$;   4) $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}$

10. Дано: $\cos\alpha=-\frac{4}{5}$. Вычислите $\cos 2\alpha$

1) $-\frac{7}{25}$;   2) $\frac{7}{25}$;   3) $\frac{4}{15}$;   4) $-\frac{4}{15}$

4 вариант

1. Найдите значение выражения: $2\sin 90^\circ+\mathrm{tg}45^\circ+\cos 270^\circ$

1) 3;   2) 5;   3) 0;   4) 4

2. Сравните с нулем выражение: $\sin 25^\circ$; $\cos 210^\circ$; $\mathrm{ctg}105^\circ$

1) - - +   2) + - -   3) - + -   4) + - +

3. Вычислите: $4\cos^2\frac{\pi}{4}+\sin^2\frac{\pi}{3}-\mathrm{tg}(-\pi)$

1) $2\frac{3}{4}$ 2) $-2\frac{3}{4}$ 3) 0 4) 1

4. Упростите выражение: $\frac{\cos\alpha}{1+\sin\alpha}+\frac{1+\sin\alpha}{\cos\alpha}$

1) $\mathrm{tg}\alpha$; 2) $\frac{2}{\cos\alpha}$; 3) $-\frac{2}{\cos\alpha}$; 4) $\sin\alpha$

5. Упростите выражение: $-\cos\alpha\cdot\mathrm{tg}\alpha\cdot\sin\alpha+1$

1) $\sin^2\alpha$; 2) $-\sin^2\alpha$; 3) $\cos^2\alpha$; 4) $-\cos^2\alpha$

6. Упростите выражение: $\frac{2\sin^2\alpha}{1+\cos(\pi-2\alpha)}-\sin^2\alpha$

1) $-\sin^2\alpha$; 2) $\sin^2\alpha$; 3) $\cos^2\alpha$; 4) $-\cos^2\alpha$

7. Вычислите: $\cos^2\frac{\pi}{12}-\sin^2\frac{\pi}{12}$

1) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; 2) $\frac{1}{2}$; 3) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; 4) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

8. Вычислите: $\sin 300^\circ$

1) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$; 2) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; 3) $\frac{1}{2}$; 4) $-\frac{1}{2}$

9. Представьте 15° как $45^\circ-30^\circ$ и вычислите $\mathrm{tg}15^\circ$

1) $\frac{1-\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}$; 2) $\frac{\sqrt{3}-1}{1-\sqrt{3}}$; 3) $\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$; 4) $\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$

10. Дано: $\sin\alpha=\frac{3}{5}$, $\pi<\alpha<\frac{\pi}{2}$. Найти $\sin 2\alpha$.

1) $\frac{24}{25}$; 2) $\frac{25}{24}$; 3) $-\frac{24}{25}$; 4) $-\frac{25}{24}$

Практическая работа № 3

Тема: Тригонометрические уравнения.

Цель: Отработать навыки решения различных видов тригонометрических уравнений.

Методические рекомендации

I. *Решение простейших тригонометрических уравнений.*

Уравнение	Формулы решения	Частные случаи
$\sin x=a$	при $\lvert a\rvert\le 1$ $x=(-1)^k\arcsin a+\pi k$, $k\in z$ при $\lvert a\rvert>1$ - решений нет	$\sin x=0$; $x=\pi k$, $k\in z$ $\sin x=1$; $x=\frac{\pi}{2}+2\pi k$, $k\in z$ $\sin x=-1$, $x=-\frac{\pi}{2}+2\pi k$, $k\in z$
$\cos x=a$	при $\lvert a\rvert\le 1$ $x=\pm\arccos a+2\pi n$, $n\in z$	$\cos x=0$; $x=\frac{\pi}{2}+2\pi n$, $n\in z$

	при $\lvert a\rvert > 1$ - решений нет	$\cos x = 1$; $x = 2\pi n$, $n \in z$ $\cos x = -1$; $x = \pi + 2\pi n$, $n \in z$
$tgx = a$	a - любое число $x = arctga + \pi k$, $k \in z$	-
$ctgx = a$	a - любое число $x = arcctga + \pi k$, $k \in z$	-

II. *Тригонометрические уравнения.*

Уравнение	Способ решения	Формулы
1. Уравнение содержит только синусы или косинусы (синусы и косинусы) вида $a\sin^2 f(x) + b\sin f(x) + c = 0$ $a\cos^2 f(x) + b\cos f(x) + c = 0$ и т.д.	Уравнение сводится к квадратному (биквадратному) относительно синуса (косинуса)	$\sin^2\alpha = 1 - \cos^2\alpha$ $\cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha$ $ax^2 + bx + c = 0$ $x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$
2. Однородное уравнение I степени вида $a\sin x + b\cos x = 0$ $(a \neq 0,\quad b \neq 0)$	Деление обеих частей на $\cos x \neq 0$. Получаем: $atgx + b = 0$	$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = tg\alpha$
3. Однородное уравнение II степени вида $a\sin^2 f(x) + b\sin f(x)\cdot$ $\cdot\cos f(x) + k\cos^2 f(x) = 0$	Деление обеих частей на $\cos^2 x \neq 0$. Получаем: $atg^2 f(x) + btgx + k = 0$	$tg\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ $1 + tg^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$
4. Уравнение вида $atgx + bctgx + c = 0$	Уравнение сводится к квадратному относительно тангенса заменой $ctgx = \frac{1}{tgx}$	$tgx \cdot ctgx = 1$ $ctgx = \frac{1}{tgx}$

III. Примеры решения тригонометрических уравнений.

1. $8\sin^2 x + 6\cos x - 3 = 0$,

$8(1 - \cos^2 x) + 6\cos x - 3 = 0$,

$8\cos^2 x - 6\cos x - 5 = 0$

Пусть $\cos x = t$, тогда

$8t^2 - 6t - 5 = 0$

$D = 36 + 160 = 196$

$t_1 = \frac{6+14}{16} = \frac{20}{16} = \frac{5}{4}$

$t_2 = \frac{6-14}{16} = -\frac{8}{16} = -\frac{1}{2}$

$\cos x = -\frac{1}{2}$ и $\cos x = \frac{5}{4}$

2. $\sin x - \sqrt{3}\cos x = 0$

т.к. если $\cos x = 0$, то и $\sin x = 0$, а этого быть не может.

Делим обе части уравнения на $\cos x$:

$tgx - \sqrt{3} = 0$,

$tgx = \sqrt{3}$

$x = arctg\sqrt{3} + \pi k$, $k \in z$

$x = \frac{\pi}{3} + \pi k$, $k \in z$

$x = \pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi k$, решений нет, Ответ: $\frac{\pi}{3} + \pi k$, $k \in z$

$k \in z$ т.к. $\frac{5}{4} > 1$

Ответ: $\pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi k$, $k \in z$.

Варианты заданий практической работы

1 вариант

1. Решите уравнения:

а) $\sin x = \frac{1}{2}$; б) $\cos\frac{x}{3} = \frac{\sqrt{2}}{2}$; в) $\operatorname{ctg} 2x = 2$; г) $\operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 1$

2. Решите уравнение, сделав подстановку:

а) $2\sin^2 x - 5\sin x - 3 = 0$; б) $2\operatorname{tg}x + 2\operatorname{ctg}x = 5$

3. Решите уравнение методом разложения на множители:

а) $5\sin x + 3\sin 2x = 0$; б) $\sin 7x - \sin x = 0$

4. Решите уравнение, используя однородность:

а) $\sin x - \sqrt{3}\cos x = 0$; б) $\sin^2 x - 3\sin x \cdot \cos x + 2\cos^2 x = 0$

2 вариант

1. Решите уравнения:

а) $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$; б) $\sin\frac{x}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$; в) $\operatorname{tg} 2x = -\sqrt{3}$; г) $\operatorname{ctg}\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}$

2. Решите уравнение, сделав подстановку:

а) $2\cos^2 x + 5\sin x - 4 = 0$; б) $3\operatorname{tg}x - 3\operatorname{ctg}x = 8$

3. Решите уравнение, методом разложения на множители:

а) $7\cos x - 4\sin 2x = 0$; б) $\cos 5x + \cos x = 0$

4. Решите уравнение, используя однородность:

а) $\sin x - \cos x = 0$; б) $3\sin^2 x + 4\sin x \cdot \cos x + \cos^2 x = 0$

3 вариант

1. Решите уравнения:

а) $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$; б) $\cos\frac{x}{2} = \frac{1}{2}$; в) $\operatorname{ctg} 3x = \frac{1}{\sqrt{3}}$; г) $\operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = -1$

2. Решите уравнение, сделав подстановку:

а) $\sin^2 x - 2\sin x - 3 = 0$; б) $\operatorname{tg}^2 x + 2\operatorname{tg}x - 3 = 0$

3. Решите уравнение методом разложения на множители:

а) $\cos 3x - \cos x = 0$; б) $\sin 5x = \sin x$

4. Решите уравнение, используя однородность:

а) $\sin 2x = 2\sin^2 x$; б) $\sin x - \frac{\sqrt{3}}{3}\cos x = 0$

4 вариант

1. Решите уравнения:

а) $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$; б) $\sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}$; в) $\mathrm{tg}\, 3x = 0$; г) $\mathrm{ctg}\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = 3$

2. Решите уравнение, сделав подстановку:

а) $2\cos^2 x + 3\sin x = 0$; б) $1 - \mathrm{tg}^2 x = 2\mathrm{tg}x$

3. Решите уравнение методом разложения на множители:

а) $\cos 2x = -\cos x$; б) $\sin 2x = 2\sin x$

4. Решите уравнение, используя однородность:

а) $\sin x + \frac{1}{2}\cos x = 0$; б) $4\sin^2 x - 2\sin x \cdot \cos x = 1$

Практическая работа № 4

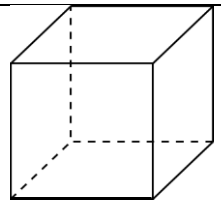
Тема: ***Многогранники.***

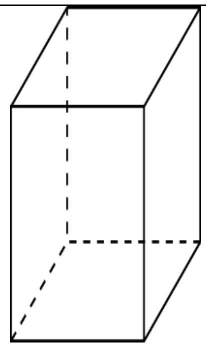
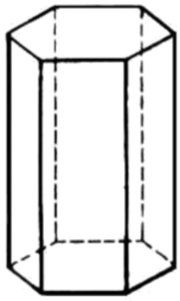
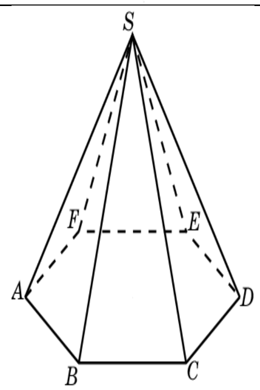
Цель: Знать формулы вычисления боковой и полной поверхности призмы, пирамиды, параллелепипеда и уметь применять их к решению задач.

Методические рекомендации

Площадью поверхности многогранника по определению считается сумма площадей, входящих в эту поверхность многоугольников.

Основные формулы

№ п/п	**Наименование многогранника**	**Изображение**	**Площадь боковой и полной поверхности**
1.	**Куб**		$S_п = 6a^2$ $V=a^3$

2.	**Прямоугольный паралле-лепипед**		$S_п = 2ab + 2ac + 2ac$ **V=a*b*c** **V=$S_{осн}$*h**
3.	**Призма**		$S_б = p \cdot H$ $S_п = S_б + 2S_o$ **V=$S_{осн}$*h**
4.	**Пирамида**		$S_б = \frac{1}{2} p \cdot h$ $S_п = S_б + S_o$ V=(1/3)*$S_{осн}$*h

Варианты заданий практической работы

1 вариант

1. Основанием прямой призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$ является параллелограмм ABCD со сторонами 6 см и 12 см и углом 60°. Диагональ B_1D призмы образует с плоскостью основания угол в 30°. Найдите площадь полной поверхности призмы.

2. Сторона основания правильной треугольной пирамиды равна 3 см, а угол между боковой гранью и основанием равен 45°. Найдите площадь полной поверхности пирамиды.

3. Сторона основания правильной треугольной пирамиды равна *a,* а боковая грань наклонена к плоскости основания под углом α. Найдите площадь полной поверхности пирамиды.

2 вариант

1. Основанием прямой призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$ является параллелограмм $ABCD$ со сторонами 4 см и $4\sqrt{3}$ см и углом 30°. Диагональ AC_1 призмы образует с плоскостью основания угол в 60°. Найдите площадь полной поверхности призмы.

2. Высота основания правильной треугольной пирамиды равна 3 см, а угол между боковой гранью и основанием пирамиды равен 45°. Найдите площадь полной поверхности пирамиды.

3. Основание пирамиды – квадрат со стороной a. Одна из боковых граней перпендикулярна основанию, а две смежные с ней грани составляют с плоскостью основания угол α. Найдите площадь полной поверхности пирамиды.

3 вариант

1. Основанием прямой призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$ является параллелограмм $ABCD$ со сторонами 6 см и $6\sqrt{3}$ см и углом 150°. Диагональ B_1D призмы образует с плоскостью основания угол в 60°. Найдите площадь полной поверхности призмы.

2. Сторона правильной треугольной пирамиды равна 4 см, а угол между боковым ребром и основанием равен 60°. Найдите площадь полной поверхности пирамиды.

3. Высота правильной четырехугольной пирамиды равна H, а боковое ребро составляет с основанием угол α. Найдите площадь полной поверхности пирамиды.

4 вариант

1. Основанием прямой призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$ является параллелограмм $ABCD$ со сторонами 3 см и 6 см и углом 120°. Диагональ AC_1 призмы образует с плоскостью основания угол в 30°. Найдите площадь полной поверхности призмы.

2. Высота основания правильной треугольной пирамиды равна 4 см, а угол между боковым ребром и основанием пирамиды равен 30°. Найдите площадь полной поверхности пирамиды.

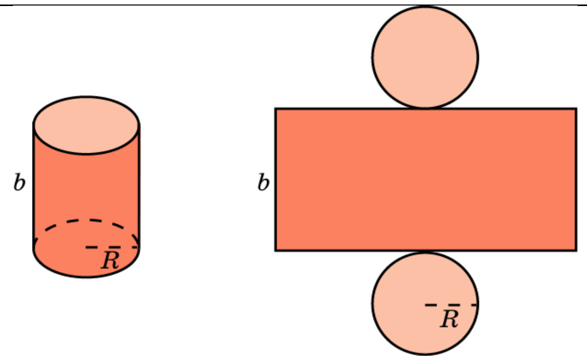
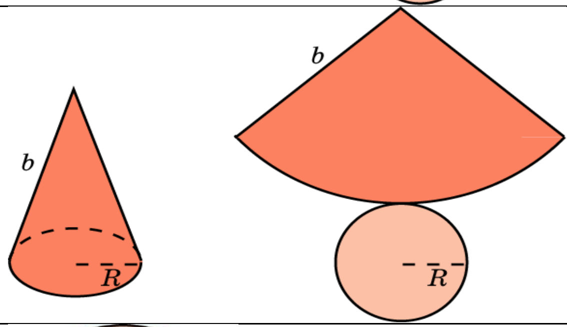
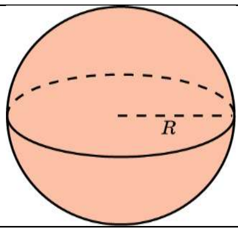
3. Основание прямоугольного параллелепипеда – квадрат. Угол между диагоналями смежных граней, исходящих из одной вершины, равен α. Диагональ параллелепипеда равна d. Найдите площадь полной поверхности параллелепипеда.

Практическая работа № 5

Тема: ***Тела вращения.***

Цель: Знать формулы для нахождения площадей поверхностей тел вращения и уметь применять их к решению задач.

Методические рекомендации

№ п/п	Наименование фигуры	Изображение	Формула площадей полной и боковой поверхности
1.	**Цилиндр**		$S_б = 2\pi RH$ $S_п = 2\pi RH + 2\pi R^2$ $S_o = \pi R^2$ $V = \pi R^2 \cdot H$
2.	**Конус**		$S_б = \pi Rl$ $S_п = \pi Rl + \pi R^2$ $S_o = \pi R^2$ $V = \frac{1}{3}\pi R^2 \cdot H$
3.	**Сфера, шар**		$S_п = 4\pi R^2$ $V = \frac{4}{3}\pi R^3$

Варианты заданий практической работы

1 вариант

1. Осевое сечение цилиндра – квадрат, длина диагонали которого равна 20 см. Найдите радиус основания цилиндра.

   1) $5\sqrt{2}$ см; 2) $8\sqrt{2}$ см; 3) 10 см; 4) $10\sqrt{2}$ см

2. Площадь осевого сечения цилиндра равна $6\sqrt{\pi}$ дм^2, а площадь основания цилиндра равна 25 дм^2. Найдите высоту цилиндра.

1) $\frac{2}{3}\pi$ дм; 2) $\frac{\pi}{2}$ дм; 3) $0{,}6\pi$ дм; 4) 2 дм

3. Длина образующей конуса равна $2\sqrt{3}$ см, а угол при вершине осевого сечения конуса равен 120°. Найдите площадь основания конуса.

   1) 8π см^2; 2) $8\sqrt{2}\,\pi$ см^2; 3) 9π см^2; 4) $6\sqrt{3}\,\pi$ см^2

4. Радиус основания конуса $3\sqrt{2}$ см. Найдите наибольшую возможную площадь осевого сечения данного конуса.

   1) $16\sqrt{2}$ см^2; 2) 18 см^2; 3) $12\sqrt{3}$ см^2; 4) 16 см^2

5. Стороны треугольника ABC касаются шара. Найдите радиус шара, если AB =8 см, BC=10 см, AC=12 см и расстояние от центра шара O до плоскости треугольника ABC равно $\sqrt{2}$ см.

   1) $3\sqrt{3}$ см; 2) $2\sqrt{3}$ см; 3) 3 см; 4) $3\sqrt{2}$ см

2 вариант

1. Осевое сечение цилиндра – квадрат, длина диагонали которого равна 36 см. Найдите радиус основания цилиндра.

   1) 9 см; 2) 8 см; 3) $8\sqrt{3}$ см; 4) $9\sqrt{2}$ см

2. Площадь осевого сечения цилиндра равна $12\sqrt{\pi}$ дм^2, а площадь основания равна 64дм^2. Найдите высоту цилиндра.

1) $\frac{\pi}{2}$ дм; 2) $0{,}75\pi$ дм; 3) $\frac{5\pi}{6}$ дм; 4) 3 дм

3. Высота конуса равна $4\sqrt{3}$ см, а угол при вершине осевого сечения конуса равен 120°. Найдите площадь основания конуса.

   1) $120\sqrt{2}\,\pi$ см^2; 2) 136π см^2; 3) 144π см^2; 4) $24\sqrt{3}\,\pi$ см^2

4. Радиус основания конуса равен $7\sqrt{2}$ см. Найдите наибольшую возможную площадь осевого сечения данного конуса.

   1) $54\sqrt{2}$ см^2; 2) 35 см^2; 3) $21\sqrt{2}$ см^2; 4) 98 см^2

5. Стороны треугольника MKN касаются шара. Найдите радиус шара, если MK = 9 см, MN= 13 см, KN = 14 см и расстояние от центра шара O до плоскости MKN равно $\sqrt{6}$ см.

   1) $4\sqrt{2}$ см; 2) 4 см; 3) $3\sqrt{3}$ см; 4) $3\sqrt{2}$ см

Практическая работа № 6

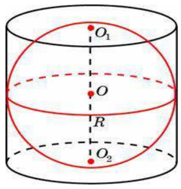
Тема: ***Измерения в геометрии.***
Цель: Знать формулы для нахождения объемов многогранников и тел вращения и уметь их применять их к решению задач.

Методические рекомендации

При выполнении практической работы, воспользуйтесь методическими рекомендациями к практической работе № 4; 5.

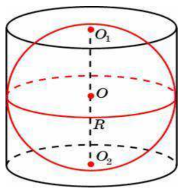
1 вариант

1. Прямоугольный параллелепипед описан около цилиндра, радиус основания которого равен 9. Объем параллелепипеда равен 81. Найдите высоту цилиндра.
2. Прямоугольный параллелепипед описан около сферы радиуса 8,5. Найдите его объем.
3. Цилиндр и конус имеют общее основание и общую высоту. Вычислите объем цилиндра, если объем конуса равен 18.
4. Объем конуса равен 112. Через середину высоты параллельно основанию конуса проведено сечение, которое является основанием меньшего конуса с той же вершиной. Найдите объем меньшего конуса.
5. Около шара описан цилиндр, площадь поверхности которого равна 18. Найдите площадь поверхности шара.



2 вариант

1. Прямоугольный параллелепипед описан около цилиндра, радиус основания которого равен 1. Объем параллелепипеда равен 5. Найдите высоту цилиндра.
2. Прямоугольный параллелепипед описан около сферы радиуса 6,5. Найдите его объем.
3. Цилиндр и конус имеют общее основание и общую высоту. Вычислите объем цилиндра, если объем конуса равен 14.
4. Объем конуса равен 120. Через середину высоты параллельно основанию конуса проведено сечение, которое является основанием меньшего конуса с той же вершиной. Найдите объем меньшего конуса.
5. Около шара описан цилиндр, площадь поверхности которого равна 24. Найдите площадь поверхности шара.



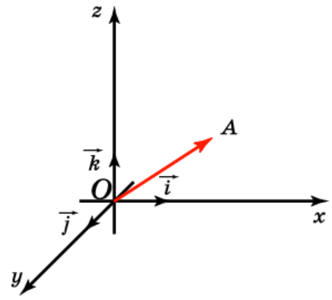
Практическая работа №7

Тема: ***Координаты вектора.***
Цель: Отработать умения использовать формулы координат вектора при решении задач.

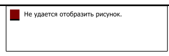
Методические рекомендации

Вектором (геометрическим) называется направленный отрезок. Обозначается $\vec{a}$, $\vec{в}$, $\overrightarrow{AB}$

Отложим вектор так, чтобы его начало совпало с началом координат. Тогда координаты его конца называются координатами вектора. Обозначим $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ векторы с координатами (1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1) соответственно. Их длины равны единице, а направления совпадают с направлениями соответствующих осей координат. Будем изображать эти векторы, отложенными от начала координат и называть их координатными векторами.



Теорема. Вектор $\vec{a}$ имеет координаты (x, y, z) тогда и только тогда, когда он представим в виде $\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$/

Действия над векторами	Запись	Пример
1	2	3
1. Результатом умножения вектора $\bar{a}$ на число k является вектор $\bar{b} = k\bar{a}$	$\bar{a}(a_1;a_2;a_3)$, k – число, то $\bar{b} = k\bar{a} = (ka_1;ka_2;ka_3)$	; $k = 3$, тогда $\bar{b} = 3\bar{a} = (3\cdot(-1);3\cdot 2;3\cdot 0) = (-3;6;0)$
2. Сложение векторов. Вычитание векторов.	$\bar{a}(a_1;a_2;a_3)$; $\bar{b}(b_1;b_2;b_3)$ $\bar{a} + \bar{b} = (a_1 + b_1; a_2 + b_2; a_3 + b_3)$ $\bar{a} - \bar{b} = (a_1 - b_1; a_2 - b_2; a_3 - b_3)$	$\bar{a}(2;-3;1)$; $\bar{b}(0;1;4)$, тогда $\bar{a} + \bar{b} = (2+0;-3+1;1+4) = (2;-2;5)$
3. Нахождение координат вектора. При определении координат вектора из соответствующих координат его конца вычитают координаты начала	$M_1(x_1;y_1;z_1)$; $M_2(x_2;y_2;z_2)$ $\overline{M_1M_2}(x_2 - x_1; y_2 - y_1; z_2 - z_1)$	$M_1(2;-1;4)$, $M_2(3;1;0)$ $\overline{M_1M_2}(3-2;1-(-1);0-4)$; $\overline{M_1M_2}(1;2;-4)$
4. Длина вектора.	$\bar{a}(a_1;a_2;a_3)$ $\lvert\bar{a}\rvert = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$	$\bar{a}(5;-3;1)$ $\lvert\bar{a}\rvert = \sqrt{25+9+1} = \sqrt{35}$
5. Условие коллинеарности векторов: векторы коллинеарны, если их соответствующие координаты пропорциональны.	$\bar{a}(a_1;a_2;a_3)$ и $\bar{b}(b_1;b_2;b_3)$ $\dfrac{a_1}{b_1} = \dfrac{a_2}{b_2} = \dfrac{a_3}{b_3}$	$\bar{a}(5;6;7)$, $\bar{b}(10;12;14)$ $\dfrac{5}{10} = \dfrac{6}{12} = \dfrac{7}{14} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow$ $\Rightarrow$ векторы коллинеарны
6. Скалярное произведение векторов – это число равное произведению длин векторов на косинус угла между ними. Скалярное произведение векторов равно сумме произведений одноименных координат.	$\bar{a}\cdot\bar{b} = \lvert\bar{a}\rvert\cdot\lvert\bar{b}\rvert\cdot\cos(\bar{a},\hat{}\,\bar{b})$ $\bar{a}(a_1;a_2;a_3)$ и $\bar{b}(b_1;b_2;b_3)$ $\bar{a}\cdot\bar{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$	$\bar{a}(2;-3;1)$; $\bar{b}(0;1;4)$ $\bar{a}\cdot\bar{b} = 2\cdot 0 + (-3)\cdot 1 + 1\cdot 4 = 0 - 3 + 4 = 1$
7. Косинус угла между векторами.	$\bar{a}(a_1;a_2;a_3)$; $\bar{b}(b_1;b_2;b_3)$ $\cos\varphi = \dfrac{a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}\cdot\sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}}$	

1	2	3
8. Условие перпендикулярности векторов: векторы перпендикулярны, если их скалярное произведение равно нулю.	$\bar{a}(a_1;a_2;a_3)$; $\bar{b}(b_1;b_2;b_3)$ $\bar{a}\cdot\bar{b}=0\Rightarrow\bar{a}\perp\bar{b}$ $a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3=0$	$\bar{a}(5:-2;0)$; $\bar{b}(-2;-5;0)$ $5\cdot(-2)+(-2)\cdot(-5)+0\cdot 0=$ $=0\Rightarrow\bar{a}\perp\bar{b}$

Задания практической работы

Даны точки: $A(0;-N)$, $B(N;0)$, $C(N-5;1-N)$, $D(-N-2;N+1)$, где N – номер студента по списку.

1. Найти координаты, абсолютные величины векторов $\overline{AB}$ и $\overline{CD}$.
2. При каком значении m перпендикулярны векторы $\bar{a}(1;-m;-2)$ и $\vec{b}(m;2;-4)$?

3*. Проверьте, коллинеарные ли векторы $\overline{AD}$ и $\overline{CD}$?

4*. Образуют ли векторы $\bar{a}(-1;-2;N)$, $\bar{b}(3;N;-2)$, $\bar{c}(-N;0;7)$ базис?

5**. Найти угол между векторами $\overline{AC}$ и $\overline{BD}$.

6**. Образуют ли векторы $\bar{a}(N;0;5)$, $\bar{b}(3;2;N)$, $\bar{c}(5;N;9)$ базис? Если да, то найти в нем координаты вектора $\bar{d}(-4;2;N)$.

Примечание.
Чтобы получить оценку «3», достаточно решить задания: 1-3. Для получения оценки «4», необходимо решить задания: 1-5, а для получения оценки «5», нужно выполнить все задания.

Практическая работа № 8

Тема: ***Уравнения и неравенства.***

Цель: Отработать навыки преобразования выражений, используя формулы сокращенного умножения, разложения многочлена на множители, а также навыки решения уравнений, неравенств, систем уравнений и неравенств.

Методические рекомендации

Решение квадратных уравнений:

$\boldsymbol{a\cdot x^2+bx+c=0}$

$\boldsymbol{D=b^2-4ac}$,

Если $D>0$, то $x_{1,2}=\dfrac{-b\pm\sqrt{d}}{2a}$

Если $D=0$, то $x=\dfrac{-b}{2a}$

Если $D<0$, то корней нет

Формулы сокращенного умножения:

$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

$a^2-b^2=(a-b)\cdot(a+b)$

$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

$(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

Варианты заданий практической работы

1 вариант

1. Сократите дробь: а) $\frac{x^2-4}{x+2}$; б) $\frac{x^2-2x+1}{x-1}$

2. Упростите выражение: $\frac{x^2-4x}{y}\cdot\frac{2xy}{x^2-16}$

3. Решите уравнения:

а) $2x-3=5-2x$; б) $\frac{x}{2}-\frac{3x-2}{4}=3$

4. Решите систему линейных уравнений:

а) $\begin{cases}2x-y=1\\x+y=2\end{cases}$; б) $\begin{cases}\frac{1}{2}x-y=3\\2x-3y=4\end{cases}$

5. Решите уравнения:

а) $x^2-2x-1=0$; б) $\frac{x}{2}+\frac{1}{x}=4$

6. Решите неравенство: $2x-3\le 3-x$

7. Решите систему неравенств:

$\begin{cases}2x+2\le x+4\\x+5\ge 2x-1\end{cases}$

8. Решите неравенство: $x^2-5x+4\ge 0$

2 вариант

1. Сократите дробь: а) $\frac{x^2-9}{x-3}$; б) $\frac{x^2+2x+1}{x+1}$

2. Упростите выражение: $\frac{x^2-x}{2y}\cdot\frac{y}{x-1}$

3. Решите уравнения:

а) $2x+1=3-x$; б) $\frac{2x-1}{3}+\frac{x+1}{2}=2$

4. Решите систему линейных уравнений:

а) $\begin{cases}2x+2y=4\\x-y=3\end{cases}$; б) $\begin{cases}x+\frac{1}{3}y=1\\2x+y=4\end{cases}$

5. Решите уравнения:

а) $x^2+x-4=0$; б) $\frac{x}{3}+\frac{2}{x}=5$

6. Решите неравенство: $2x+1\ge x-2$

7. решите систему неравенств:

$\begin{cases}x-1\le 3x+2\\2x-4\le x\end{cases}$

8. Решите неравенство: $x^2+2x-3\le 0$

3 вариант

1. Сократите дробь:

а) $\frac{x^2-4}{x-2}$; б) $\frac{x^2+6x+9}{x+3}$

2. Упростите выражение:

$\frac{x^3-1}{y^2-4}\cdot\frac{y+2}{x^2+x+1}$

3. Решите уравнения:

а) $x-4=2-3x$; б) $\frac{x-1}{3}-\frac{x}{4}=1$

4. Решите систему линейных уравнений:

а) $\begin{cases}2x-y=2\\x-2y=1\end{cases}$; б) $\begin{cases}\frac{x}{3}-\frac{y}{2}=2\\x-y=3\end{cases}$

4 вариант

1. Сократите дробь:

а) $\frac{x^2-16}{x+4}$; б) $\frac{x^2-4x+4}{x-2}$

2. Упростите выражение: $\frac{xy^2}{x^2-1}\div\frac{2xy}{x-1}$

3. Решите уравнения:

а) $2x+5=5-x$; б) $\frac{x}{2}+\frac{3x-2}{5}=4$

4. Решите систему линейных уравнений:

а) $\begin{cases} 3x + y = 0 \\ 2x - y = 5 \end{cases}$; б) $\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 2 \\ 2x + \frac{y}{4} = 1 \end{cases}$

5. Решите уравнения:
а) $x^2 - x - 1 = 0$; б) $\frac{x}{5} + \frac{1}{x} = 4$

6. Решите неравенство: $x - 1 < 3x + 1$

7. Решите систему неравенств:
$\begin{cases} x + 1 \le 2x - 1 \\ x + 3 \ge 3x - 2 \end{cases}$

8. Решите неравенство: $x^2 - x - 2 > 0$

5. Решите уравнения:
а) $x^2 + 2x - 4 = 0$; б) $\frac{x}{3} - \frac{2}{x} = 1$

6. Решите неравенство: $2x + 2 > x - 3$

7. Решите систему неравенств:
$\begin{cases} 2x + 4 < x - 1 \\ x > 3x - 5 \end{cases}$

8. Решите неравенство: $2x^2 - x - 1 < 0$

Практическая работа № 9

Тема: ***Показательные уравнения, неравенства, системы уравнений.***

Цель: Отработать навыки решения показательных уравнений, неравенств, систем уравнений.

Методические рекомендации

1. *Показательные уравнения.*

Определение. Уравнение, содержащее переменную в показателе степени, называется показательным.

1. $a^x = b$, $a > 0$, $a \ne 1$ - простейшее показательное уравнение
2. $a^{f(x)} = a^{g(x)}$, $a \ne 1$, $a > 0$ равносильно уравнению $f(x) = g(x)$
3. $A \cdot a^{2x} + B \cdot a^x + C = 0$ решается подстановкой $a^x = y$ и сводится к квадратному уравнению $Ay^2 + By + C = 0$

II. Показательные неравенства.

Определение. Неравенство, содержащее переменную в показателе степени, называется показательным.

$$a^{f(x)} < a^{g(x)},\ a > 0,\ a \ne 1.$$

При $\underline{a > 1}$

$a^{f(x)} < a^{g(x)}$ равносильно $f(x) < g(x)$

при $\underline{0 < a < 1}$

$a^{f(x)} < a^{g(x)}$ равносильно $f(x) > g(x)$

III. Основные показательные тождества.

2. $a^{x_1} \cdot a^{x_2} = a^{x_1 + x_2}$
3. $a^{x_1} : a^{x_2} = a^{x_1 - x_2}$
4. $\left(a^{x_1}\right)^{x_2} = a^{x_1 x_2}$
5. $(a \cdot b)^x = a^x \cdot b^x$
6. $\left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x}$
6. если $a > 0$, $a \ne 1$ и $a^{x_1} = a^{x_2}$, то $x_1 = x_2$
7. если $a > 1$ и $x_1 < x_2$, то $a^{x_1} < a^{x_2}$
8. если $0 < a < 1$ и $x_1 < x_2$, то $a^{x_1} > a^{x_2}$
9. если $a < b$ и $x > 0$, то $a^x < b^x$
10. если $a < b$ и $x < 0$, то $a^x > b^x$

$a^0 = 1$; $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$; $\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$; $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

Варианты заданий практической работы

Работа состоит из двух частей. Выполнение первой части работы (до черты) позволяет получить оценку «3». Для получения оценки «4» необходимо верно решить первую часть работы и одну из задач второй части (за чертой). Чтобы получить оценку «5», помимо выполнения первой части работы, необходимо решить не менее двух любых заданий из второй части.

1 вариант

1. Решить уравнение:

а) $\left(\frac{1}{5}\right)^{2-3x} = 25$; б) $4^x + 2^x - 20 = 0$

2. Решить неравенство: $\left(\frac{3}{4}\right)^x > 1\frac{1}{3}$

3. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x - y = 4 \\ 5^{x+y} = 25 \end{cases}$$

---

4. Решить неравенство:

а) $\left(\sqrt{5}\right)^{x-6} < \frac{1}{5}$; б) $\left(\frac{2}{13}\right)^{x^2-1} \geq 1$

5. Решить уравнение:

$7^{x+1} + 3 \cdot 7^x = 2^{x+5} + 3 \cdot 2^x$

6. Решите уравнение:

$4 \cdot 5^{2x} + 5 \cdot 4^{2x} = 9 \cdot 20^x$. В ответе укажите корень уравнения или сумму корней, если их несколько.

2 вариант

1. Решите уравнение:

а) $(0,1)^{2x-3} = 10$; б) $9^x - 7 \cdot 3^x - 18 = 0$

2. Решите неравенство: $\left(\frac{6}{5}\right)^x > \frac{5}{6}$

3. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x + y = -2 \\ 6^{x+5y} = 36 \end{cases}$$

---

4. Решить неравенство:

а) $\left(\sqrt[3]{3}\right)^{x+6} > \frac{1}{9}$; б) $\left(1\frac{2}{7}\right)^{x^2-4} \leq 1$

5. Решить уравнение:

$3^{x+3} + 3^x = 5 \cdot 2^{x+4} - 17 \cdot 2^x$

6. Решите уравнение:

$3 \cdot 2^{2x} + 2 \cdot 3^{2x} = 5 \cdot 6^x$. В ответе укажите корень уравнения или сумму корней, если их несколько.

3 вариант

1. Решить уравнение:

а) $2^{1-x} = 8$; б) $25^x - 5^x = 20$

2. Решить неравенство: $\left(\frac{2}{3}\right)^x = \frac{9}{4}$

3. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ 4^x + 4^y = 5 \end{cases}$$

4 вариант

1. Решить уравнение:

а) $8^x = 4^{x-1}$; б) $49^x - 6 \cdot 7^x - 7 = 0$

2. Решить неравенство: $\left(\frac{1}{64}\right)^x \geq \sqrt{\frac{1}{8}}$

3. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x + y = 2 \\ 4^{x+2y-1} = 1 \end{cases}$$

4. Решить неравенство:

а) $\left(\sqrt{2}\right)^{x+2} < \frac{1}{8}$; б) $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-9} \geq 1$

5. Решить уравнение: $5^{2x} - 4^{x+1} = 4^x + 5^{2x-1}$

6. Решите уравнение: $3 \cdot 4^x + 2 \cdot 25^x - 7 \cdot 10^x = 0$. В ответе укажите корень уравнения или сумму корней, если их несколько.

4. Решить неравенство:

а) $\left(\sqrt[3]{7}\right)^{x-3} > \frac{1}{49}$; б) $\left(\frac{1}{4}\right)^{x-5} \leq 1$

5. Решить уравнение: $4^x + 3^{x-1} = 4^{x-1} + 3^{x+2}$

6. Решите уравнение: $5 \cdot 5^{2x} - 13 \cdot 5^x \cdot 3^x + 6 \cdot 3^{2x} = 0$. В ответе укажите корень уравнения или сумму корней, если их несколько.

Практическая работа № 10

Тема: ***Логарифмические уравнения, неравенства, системы уравнений.***

Цель: Отработать навыки решения логарифмических уравнений, неравенств и систем уравнений.

Методические рекомендации

I. Свойства логарифмов.

1. Основное логарифмическое тождество: $a^{\log_a x} = x$
2. $\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$
3. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$
4. $\log_a x^n = n \log_a x$
5. $\log_a a = 1$
6. $\log_a 1 = 0$
7. $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$
8. $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$ - формула перехода к другому основанию
9. $\log_{a^n} x = \frac{1}{n} \log_a x$

II. *Логарифмические уравнения.*

<u>Определение.</u> Уравнение, содержащее переменную под знаком логарифма, называется логарифмическим. $\log_a x = b$, $a > 1$, $a \neq 1$. – простейшее логарифмическое уравнение.

Уравнение вида $\log_a f(x) = \log_a g(x)$ равносильно системе: $\begin{cases} f(x) = g(x) \\ f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \end{cases}$

<u>Методы решения.</u>

2. Полученные корни подставляют в исходное уравнение для исключения посторонних корней.

3. При решении уравнений полезен метод введения новой переменной.
4. При решении уравнений, содержащих переменную и в основании, и в показателе степени, используется метод логарифмирования.

Примеры.

1. $\log_{\sqrt[3]{4}}(x-1)=6$

$x-1>0,\ x>1$

По определению логарифма:

$x-1=\left(\sqrt[3]{4}\right)^6$

$x-1=4^2$

$x=17$

Ответ: 17.

2. $\log_x 5\sqrt{5}-1{,}25=\log_x^2\sqrt{5}$

$\log_x 5^{\frac{3}{2}}-\frac{5}{4}=\log_x^2 5^{\frac{1}{2}}$

$\frac{3}{2}\log_x 5-\frac{5}{4}=\frac{1}{4}\log_x^2 5$

$\frac{1}{4}\log_x^2 5-\frac{3}{2}\log_x 5+\frac{5}{4}=0$

$\log_x^2 5-6\log_x 5+5=0$

Пусть $\log_x 5=y$, тогда

$y^2-6y+5=0$

$D=36-20=16$

$y_1=1$ или $y_2=5$

$\log_x 5=1$ или $\log_x 5=5$

$x^1=5$ или $x^5=5$

$x=5$ или $x=\sqrt[5]{5}$

Ответ: 5; $\sqrt[5]{5}$.

III. *Логарифмические неравенства.*

Определение. Неравенство, содержащее переменную только под знаком логарифма, называется логарифмическим неравенством.

$$\log_a f(x)>\log_a g(x)$$

при $\underline{a>1}$, данное неравенство равносильно системе неравенств $\begin{cases} f(x)>g(x) \\ f(x)>0 \\ g(x)>0 \end{cases}$

при $\underline{0<a<1}$, данное неравенство равносильно системе неравенств $\begin{cases} f(x)<g(x) \\ f(x)>0 \\ g(x)>0 \end{cases}$

Примеры.

1. $\log_3(x+2)>4$

$\log_3(x+2)>\log_3 3^4$, т.к. $a=3>1$, то переходим к системе неравенств:

$\begin{cases} x+2>81, \\ x+2>0, \end{cases} \begin{cases} x>81-2, \\ x>-2, \end{cases} \begin{cases} x>79 \\ x>-2 \end{cases} \Rightarrow x>79,$ т.е. $x\in(79;+\infty)$

Варианты заданий практической работы

1 вариант

А1. Укажите промежуток, которому принадлежит корень уравнения:

$\log_3(3-2x)=3$

1) $(-\infty;-11)$; 2) $(-12;-1)$; 3) $(-10;10)$; 4) $(11;+\infty)$

А2. Найдите произведение корней уравнения: $\lg(x^2-x)=1-\lg 5$

1) 2; 2) 25; 3) 50; 4) -2

А3. Решите неравенство:

$\log_2(2x+1)>\log_2(x-1)$

1) $(1;+\infty)$; 2) $(2;+\infty)$; 3) $(-2;+\infty)$; 4) $(-0{,}5;+\infty)$

А4. Решите неравенство: $\log_{0,3}(x-7)<0$

1) $(7;8)$; 2) $(-\infty;7)\cup(8;+\infty)$; 3) $(8;+\infty)$; 4) $(-\infty;7)$

В1. Решите уравнение: $\log_5 x^3-6=0$

В2. Решите уравнение:

$\log_4^2 x-3\log_4 x=3^{\log_3 4}$. В ответе укажите наименьший из корней данного уравнения.

В3. Найдите наибольшее целое значение x, удовлетворяющее неравенству: $\log_{\sqrt{3}}(x-5)-\log_3(x-5)<4$

С1. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} x+y=8 \\ \log_{12} x=1-\log_{12} y \end{cases}$$

2 вариант

А1. Укажите промежуток, которому принадлежит корень уравнения:

$\log_6(5x-5)=2$

1) $(-8;8)$; 2) $(7;9)$; 3) $(9;11)$; 4) $(10;+\infty)$

А2. Найдите произведение корней уравнения: $\log_6(2x^2-x)=1-\log_6 2$

1) 3; 2) -1; 3) $-1{,}5$; 4) -3

А3. Решить неравенство:

$\log_3(5x-1)<\log_3(4x+3)$

1) $(-\infty;4)$; 2) $(-0{,}75;4)$; 3) $(0{,}2;4)$; 4) $(4;+\infty)$

А4. Решить неравенство: $\log_{0,1}(x-3)>0$

1) $(3;4)$; 2) $(-\infty;4)$; 3) $(4;+\infty)$; 4) $(3;+\infty)$

В1. Решите уравнение: $\log_4 x^5+5=0$

В2. Решите уравнение:

$\log_3{}^2 x-\log_3 x=4^{\log_4 6}$. В ответе укажите наибольший из корней данного уравнения.

В3. Найдите наименьшее целое значение x, удовлетворяющее неравенству: $\log_{\sqrt{5}}(4-x)+\log_{0,2}(4-x)<1$

С1. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} x+y=6 \\ \log_2 y=3-\log_2 x \end{cases}$$

3 вариант

А1. Укажите промежуток, которому принадлежит корень уравнения:

$\log_{\frac{1}{2}}(3x-5)=-2$

1) $(2;+\infty)$; 2) $(4;+\infty)$; 3) $(0;2)$; 4) $(-3;-1)$

А2. Найдите произведение корней уравнения: $\lg(x-2)=1-\lg(x+2)$

1) 6; 2) 14; 3) -6; 4) $\sqrt{14}$

А3. Решите неравенство:

$\log_{\frac{1}{3}}(3-2x)\ge\log_{\frac{1}{3}}(1-x)$

1) $(2;+\infty)$; 2) $[2;+\infty)$; 3) $(1;2)$; 4) нет реш.

4 вариант

А1. Укажите промежуток, которому принадлежит корень уравнения:

$\log_{\frac{1}{5}}(2x-3)=-1$

1) $(-1;2)$; 2) $(3{,}5;5)$; 3) $(2;3{,}5)$; 4) $(-4;-2)$

А2. Найдите произведение корней уравнения: $\lg(x+3)=1-\lg(x-3)$

1) $\sqrt{19}$; 2) 19; 3) -2; 4) 1

А3. Решите неравенство:

$\log_2(2x-1)\le\log_2(3x+4)$

1) $(-\infty;-5]$; 2) $[-5;+\infty)$; 3) $[0{,}5;+\infty)$;

A4. Решите неравенство: $\log_{0,8}(3-5x)\geq 0$

1) $\left(\frac{2}{5};\frac{3}{5}\right)$; 2) $[0{,}4;0{,}6)$; 3) $(0{,}4;0{,}6]$; 4) $[0{,}4;0{,}6]$

B1. Решите уравнение: $\log_2 x^4 - 4 = 0$

B2. Решите уравнение:

$\log_3{}^2 x - \log_3 x = 5^{\log_5 2}$. В ответе укажите наименьший корень данного уравнения

B3. Найдите наибольшее целое значение x, удовлетворяющее неравенству: $\log_{\sqrt{2}}(x-3) - \log_2(x-3) < 1$

C1. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} x + y = 8 \\ \log_7 y = 1 - \log_7 x \end{cases}$$

4) $(0{,}5;+\infty)$

A4. Решите неравенство: $\log_{0,2}(2-5x)\geq 0$

1) $[0{,}2;0{,}4)$; 2) $(0{,}2;0.4)$; 3) $(0{,}2;0{,}4]$; 4) $[0{,}2;0.4]$

B1. Решите уравнение: $\log_4 x^3 + 3 = 0$

B2. Решите уравнение:

$\log_{0,2}{}^2 x - \log_{0,2} x = 4^{\log_4 6}$. В ответе укажите наибольший корень данного уравнения.

B3. Найдите наименьшее целое значение, удовлетворяющее неравенству: $\log_{\sqrt{4}}(1-x) - \log_4(1-x) < 1$

C1. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} x + y = 6 \\ \log_5 x = 1 - \log_5 y \end{cases}$$

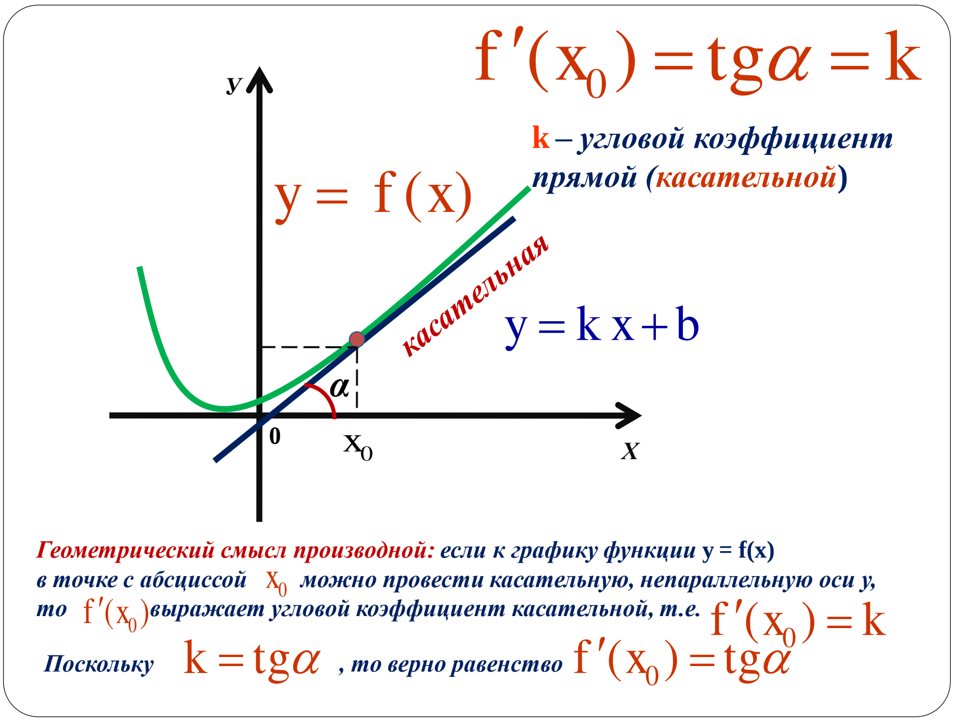
Практическая работа № 11

Тема: ***Уравнение касательной к графику функции.***

Цель: Отработать умения применять геометрический смысл производной при решении различных видов задач.

Методические рекомендации

Геометрический смысл производной



Применение производной	Алгоритм
I. Составление уравнения касательной к графику функции $y = f(x)$	1. Найти значение функции $f(x_0)$. 2. Найти производную функции $f'(x)$. 3. Найти значение производной в т. $x_0 : f'(x_0)$. 4. Составить уравнение $y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$.

<u>Пример</u>

а) Для функции $f(x) = x^3 - 5x^2$ составить уравнение касательной в точке $x_0 = 2$.

Решение.

1. $f(x_0) = f(2) = 2^3 - 5 \cdot 2^2 = 8 - 20 = -16$
2. $f'(x) = (x^3 - 5x^2)' = 3x^2 - 10x$
3. $f'(x_0) = f'(2) = 3 \cdot 2^2 - 10 \cdot 2 = 12 - 20 = -8$
4. $y = -16 - 8(x - 2)$

$y = -16 - 8x + 16$

$y = -8x$ - искомое уравнение.

Правила дифференцирования и таблица производных основных функций.

<u>Правила.</u>

1. $C' = 0$
2. $x' = 0$
3. $(U \pm \vartheta)' = U' \pm \vartheta'$
4. $(U \cdot \vartheta)' = U' \cdot \vartheta + U \cdot \vartheta'$
5. $(C \cdot f(x))' = C \cdot f'(x)$
6. $\left(\dfrac{U}{\vartheta}\right)' = \dfrac{U' \cdot \vartheta - U \cdot \vartheta'}{\vartheta^2}$

<u>Производные основных элементарных функций.</u>

1. $(x^n)' = n \cdot x^{n-1}, \; n \neq 0$
2. $(e^x)' = e^x$
3. $(\ln x)' = \dfrac{1}{x}$
4. $(a^x)' = a^x \cdot \ln a$
5. $(\log_a x)' = \dfrac{1}{x \cdot \ln a}$
6. $(\sin x)' = \cos x$
7. $(\cos x)' = -\sin x$
8. $(tgx)' = \dfrac{1}{\cos^2 x}$
9. $(ctgx)' = -\dfrac{1}{\sin^2 x}$
10. $(\arcsin x)' = \dfrac{1}{\sqrt{1 - x^2}}$
11. $(\arccos x)' = -\dfrac{1}{\sqrt{1 - x^2}}$
12. $(arctgx)' = \dfrac{1}{1 + x^2}$
13. $(arcctgx)' = -\dfrac{1}{1 + x^2}$

Варианты заданий практической работы

В заданиях выберите правильный ответ среди предложенных, обозначенных буквами А, Б, В.

1 вариант

1. Найти угол, который образует с положительным направлением оси ОХ касательная к графику функции $y=\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}x^2-5x-2$ в точке $A\left(2;-7\frac{1}{3}\right)$.

   А) 30°; Б) 45°; В) 60°

2. Сравнить углы α и β, которые образуют с положительным направлением оси ОХ касательные к графикам функций $f(x)=\sin^2 x-\cos^2 x$ и $g(x)=x^2-3x+1$ соответственно в точках $A\left(\frac{\pi}{6};-\frac{1}{2}\right)$ и $B(2;-1)$.

   А) $\alpha>\beta$; Б) $\alpha<\beta$; В) $\alpha=\beta$

3. В каких точках угловой коэффициент касательной к графику функции $f(x)=2x^3+9x^2+3x-5$ равен 3?

   А) $0;-3$ Б) -3 В) $0;3$

4. Написать уравнение касательной к графику функции $f(x)=x^2-7x$, проходящей через точку с ординатой -6 и наименьшей абсциссой.

   А) $y=5x-36$; Б) $y=-19-36$; В) $y=-5x-1$

5. Написать уравнение касательной, проходящей через общие точки кривых $f(x)=2x^2-2x+3$и $g(x)+3$.

   А) $y=2x-1$; Б) $y=2x+1$; В) $y=x-2$

2 вариант

1. Найти угол, который образует с положительным направлением оси ОХ касательная к графику функции $y=x^3+x^2-2x+1$ в точке $A(1;2)$.

   А) 45°; Б) $71^\circ 36'$; В) $18^\circ 24'$

2. Сравнить углы α и β, которые образуют с положительным направлением оси ОХ касательные к графикам функций $f(x)=\cos^2 x-1$ и $g(x)=\frac{1}{2}x^2+4$ соответственно в точках $A\left(\frac{\pi}{4};\frac{1}{2}\right)$ и $B(2;1)$.

   А) $\alpha>\beta$; Б) $\alpha=\beta$; В) $\alpha<\beta$

3. Найти угол наклона касательной к кривой $f(x)=(4-\sqrt{x})^2$ в точке $x_0=4$.

А) $\frac{\pi}{4}$; Б) $\frac{3\pi}{4}$; В) $-\frac{\pi}{4}$

4. Написать уравнение касательной к графику функции $f(x)=x^3-2$, проходящей через точку с ординатой 6.

А) $y=12x+4$; Б) $y=x+4$; В) $y=12x-18$

5. Найти площадь треугольника, ограниченного осями координат и касательной к графику функции $y=x^2-2$ в точке $x_0=1$.

А) 2; Б) $3\frac{1}{2}$; В) $2\frac{1}{4}$

3 вариант

1. Найти угол, который образует с положительным направлением оси OX касательная к графику функции $y=x^3-2x+10$ в точке $A(1;2)$.

А) 25°; Б) $40^\circ 12'$; В) 45°

2. В каких точках угловой коэффициент касательной к кривой $f(x)=x^3+4x-2$ равен 7?

А) 1; Б) $-1;1$ В) -1

3. Сравнить углы α и β, которые образуют с положительным направлением оси OX касательные к графикам функций $f(x)=\sin^2 x+1$ и $g(x)=x^2-2x$ соответственно в точках $A\left(-\frac{\pi}{4};\frac{1}{2}\right)$ и $B(1;-2)$.

А) $\alpha>\beta$; Б) $\alpha=\beta$; В) $\alpha<\beta$

4. Написать уравнение касательной к графику функции $f(x)=x^2+5x$, проходящей через точку с ординатой 6 и наибольшей абсциссой.

А) $y=7x-1$; Б) $y=-7x+1$; В) $y=x-1$

5. Написать уравнение касательной, проходящей через общие точки кривых $f(x)=x^2-x+4$ и $g(x)=x^2+5$.

А) $y=x-2$; Б) $y=2-4x$; В) $y=4x+2$

4 вариант

1. Найти угол, который образует с положительным направлением оси OX касательная к графику функции $f(x)=x^3+3x^2+5$ в точке $A(1;-2)$.

А) $6^\circ 20'$; Б) 30°; В) $83^\circ 40'$

2. Сравнить углы α и β, которые образуют с положительным направлением оси ОХ касательные к графикам функций $f(x) = -(\cos^2 x - \sin^2 x)$ и $g(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4$ соответственно в точках $A\left(\frac{\pi}{6};1\right)$ и $B(-2;-1)$.

А) $\alpha < \beta$; Б) $\alpha = \beta$; В) $\alpha > \beta$

3. Найти угол наклона касательной к кривой $f(x) = (6 - \sqrt{x})^2$, в точке $x_0 = 9$.

А) $\frac{3\pi}{4}$; Б) $\frac{\pi}{4}$; В) $-\frac{\pi}{4}$

4. Написать уравнение касательной к графику функции $f(x) = x^3 + 6$, проходящей через точку с ординатой -2.

А) $y = -12x + 22$; Б) $y = 12x + 22$; В) $y = 12x - 22$

5. Найти площадь треугольника, ограниченного осями координат и касательной к графику функции $y = x^2 + x$ в точке $x_0 = 2$.

А) $1\frac{3}{5}$; Б) 2; В) $1\frac{1}{5}$

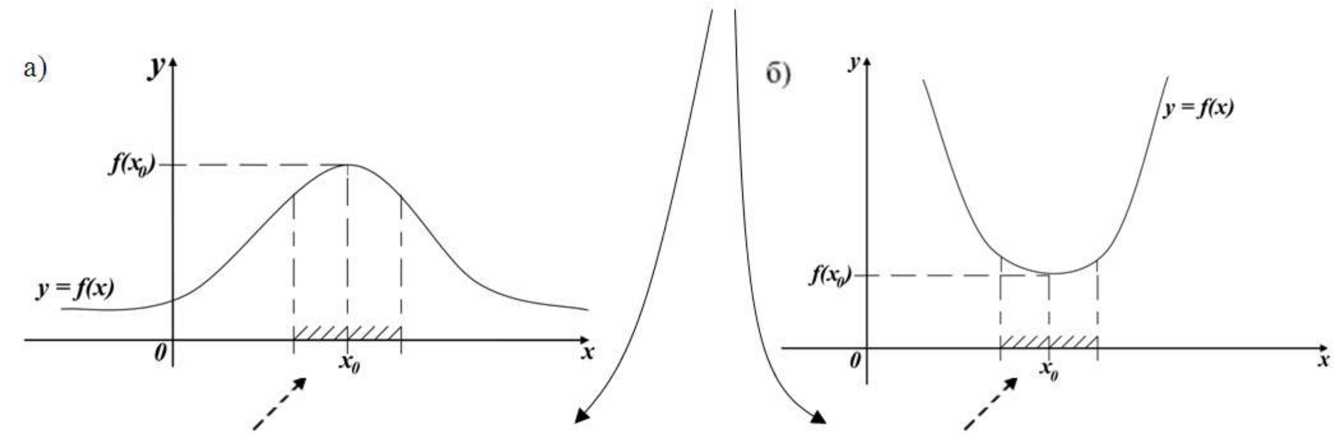
Практическая работа № 12

Тема***: Экстремум функции.***

Цель: Отработать навыки нахождения точек максимума и минимума, промежутков возрастания и убывания функции, используя график функции и график производной функции.

Методические рекомендации

О. Точка экстремума



О. Точка максимума

для всех *x*, $f(x) \ge f(x_0)$

Т. (необходимое условие экстремума)

1. $f(x)$ определена в окрестности точки x_0
2. $f'(x)$ существует
3. x_0 - точка экстремума

$f'(x_0)=0$

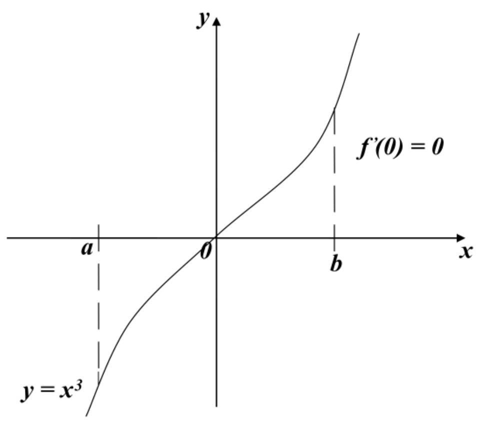
О. Точка минимума

для всех *x*, $f(x) \le f(x_0)$

О. Стационарная точка $f(x)$

1. $x_0 \in D(f)$
2. корень $f'(x)=0$

Примеры.

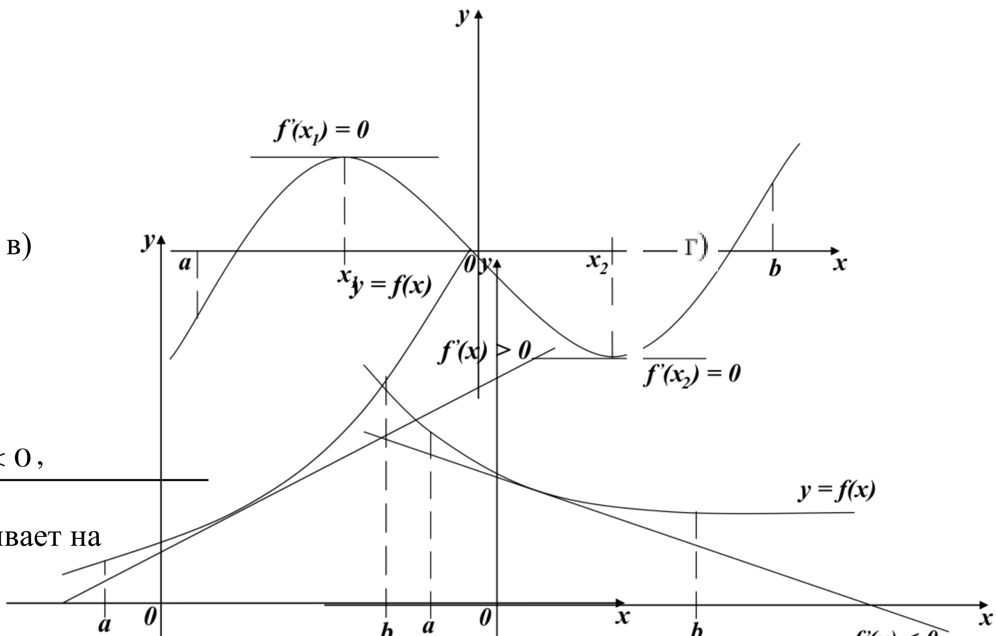


Т. $f'(x)>0$, $x \in (a;b)$

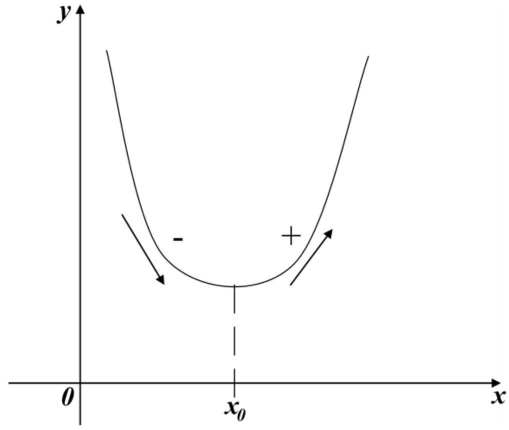
$f(x)$ возрастает на $(a;b)$

Т. $f'(x)<0$, $x \in (a;b)$

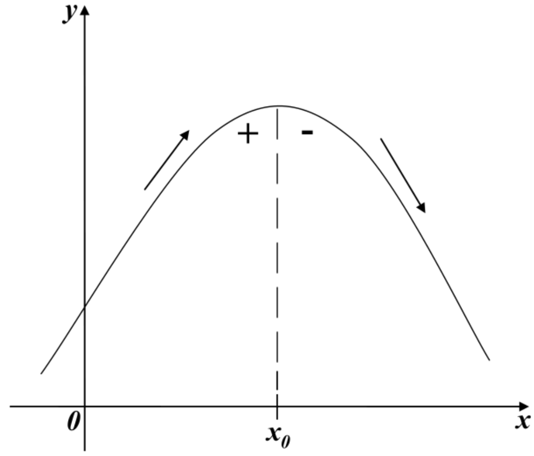
$f(x)$ убывает на $(a;b)$



д)



е)



Теорема.

1. $f'(x) = 0$, x_0 - стационарная точка

2. слева от x_0 $f'(x) < 0$

справа от x_0 $f'(x) > 0$

$\searrow\nearrow$ x_0 - точка минимума

2. слева от x_0 $f'(x) > 0$

справа от x_0 $f'(x) < 0$

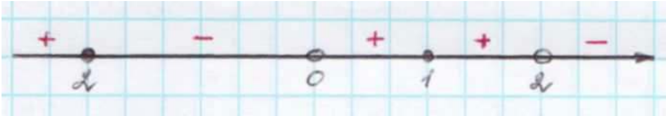
$\nearrow\searrow$ x_0 - точка максимума

Применение производной	Алгоритм
I. Нахождение интервалов монотонности функции $y = f(x)$	1. Вычислить $f'(x)$ данной функции $f(x)$. 2. Найти критические точки, для этого решить уравнение $f'(x) = 0$. 3. Критическими точками разбить область определения на интервалы. 4. На каждом из интервалов определяем знак производной. Для этого берем произвольное число из рассматриваемого интервала и подставляем в производную функции. По знаку ответа определяем знак производной. 5. По знаку производной делаем вывод о возрастании, убывании функции.
II. Исследование функции на экстремум	1. Найти производную функции $f'(x)$. 2. Решить уравнение $f'(x) = 0$ и найти критические точки. 3. Критическими точками разбить область определения на интервалы. 4. Исследовать знак производной в некоторой окрестности каждой критической точки. 5. а) если при переходе через т. x_0 производная меняет знак с «+» на «-», x_0 - точка максимума; б) если при переходе через т. x_0 производная меняет знак с «-» на «+», то т. x_0 - точка минимума.

Варианты заданий практической работы

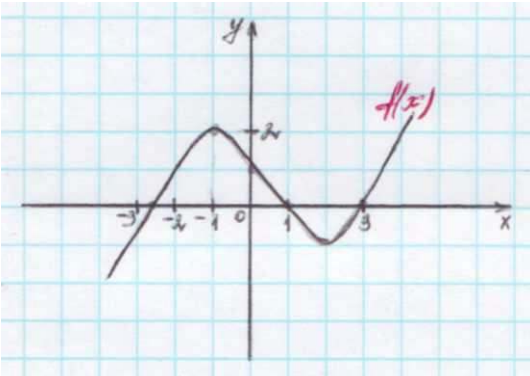
1 вариант

1. Производная функции $f(x)$ на отрезке $[-2;8]$ меняет свой знак в точке $x = 0$, при этом $f'(0) > 0$. Поэтому данная функция на промежутке … возрастает, а убывает на промежутке … .
2. Если $f'(x) > 0$ для всех $x \in D(f)$, то функция является … .
3. Из данных функций $f(x) = 3x + \cos x$; $g(x) = x^2 + 5x + \cos 2x$; $h(x) = -3\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - 4x + \pi$ убывающей является … .
4. Знак производной функции $g(x)$ изменяется по схеме:



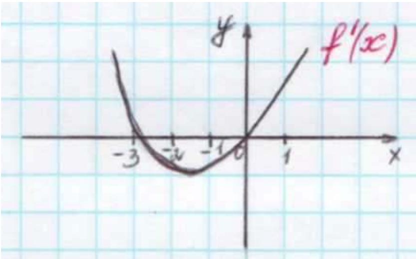
функция $g(x)$ убывает на промежутках …
функция $g(x)$ возрастает на промежутках …
функция $g(x)$ имеет точки максимума …

5. Дан график функции $f(x)$:



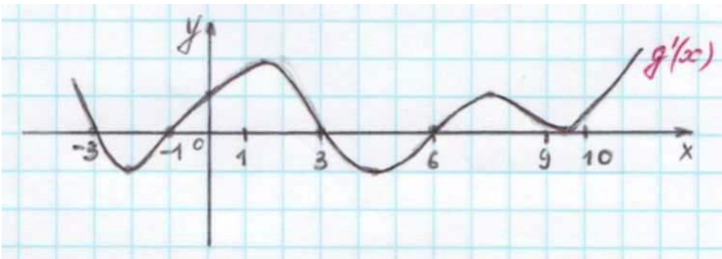
$f'(x) > 0$ на промежутках …
$f'(x) < 0$ на промежутках …
точки максимума функции $f(x)$ …
точки минимума функции $f(x)$ … .

6. Дан график производной функции $f(x)$



тогда функция $f(x)$ возрастает …, убывает … . Точки экстремума функции $f(x)$…

7. Дан график производной функции $g(x)$:

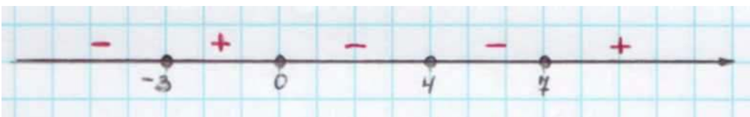


точки максимума функции $f(x)$…
точки минимума функции $f(x)$…

8. Функция $h(x) = -\frac{1}{x^3}$ … точек экстремума, так как …

2 вариант

1. Производная функции $f(x)$ на отрезке $[-4;2]$ меняет свой знак в точке $x = -1$, при этом $f'(-1) < 0$. При этом данная функция на промежутке … возрастает, а убывает на промежутке … .
2. Если $f'(x) < 0$ для всех $x \in D(f)$, то функция является … .
3. Из данных функций $f(x) = 2x + \sin x$; $g(x) = x^3 + 4x$; $h(x) = -x^2 - 7x + \pi$, возрастающей является … .
4. Знак производной функции $g(x)$ изменяется по схеме:

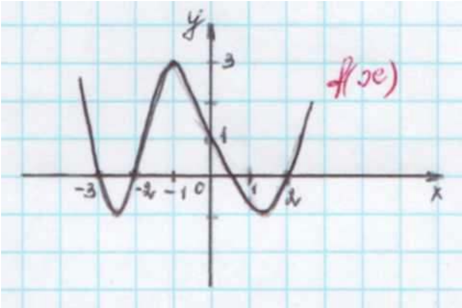


функция $g(x)$ убывает на промежутках …

функция $g(x)$ возрастает на промежутках …

функция $g(x)$ имеет точки минимума …

5. Дан график функции $f(x)$:



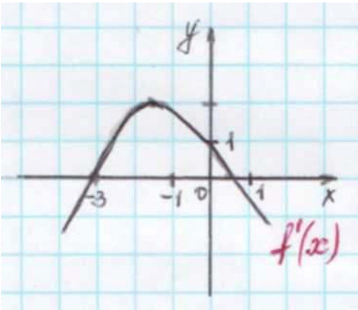
$f'(x)>0$ на промежутках …

$f'(x)<0$ на промежутках …

точки максимума функции $f(x)$ …

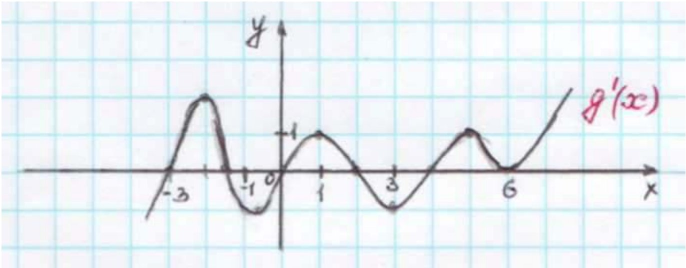
точки минимума функции $f(x)$ …

6. Дан график производной функции $f(x)$:



тогда функция $f(x)$ возрастает …, убывает … . Точки экстремума функции $f(x)$ …

7. Дан график производной функции $g(x)$:



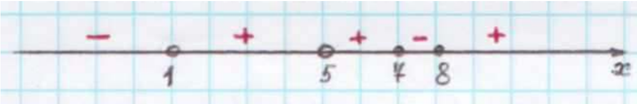
точки максимума функции $g(x)$ …

точки минимума функции $g(x)$ …

8. функция $h(x)=\dfrac{1}{2x^2}$ … точек экстремума, так как …

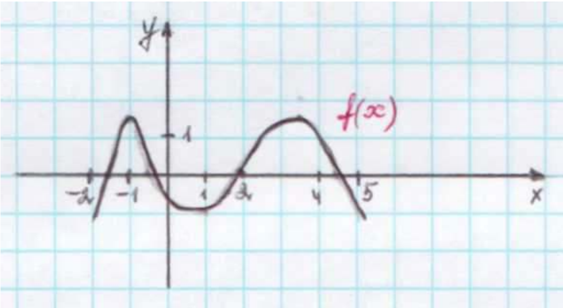
3 вариант

1. Производная функции $f(x)$ на отрезке $[1;5]$ меняет свой знак в точке $x=3$, при этом $f'(3)>0$. Поэтому на промежутке … возрастает, а убывает на промежутке …
2. Если $f'(x)>0$ для всех $x \in D(f)$, то функция является … .
3. Из данных функций $f(x)=2x+\cos x$; $g(x)=x^2+3x+\cos 2x$; $h(x)=-3\sin\left(x-\dfrac{\pi}{3}\right)-2x$ убывающей является … .
4. Знак производной функции $g(x)$ изменяется по схеме:



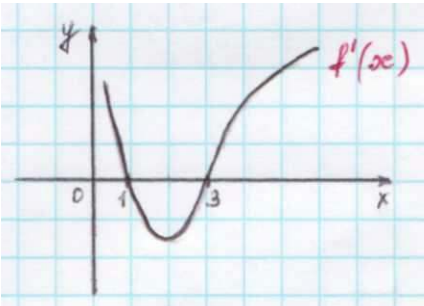
функция $g(x)$ убывает на промежутке …
функция $g(x)$ возрастает на промежутке …
функция $g(x)$ имеет точки максимума …

5. Дан график функции $f(x)$:



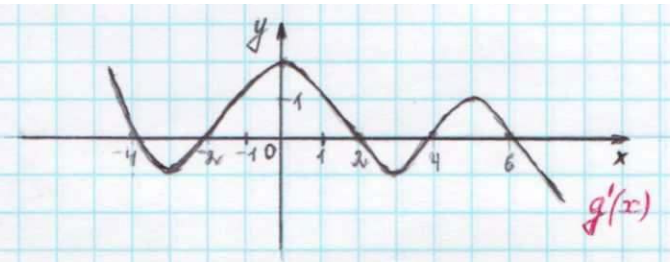
$f'(x) > 0$ на промежутках …
$f'(x) < 0$ на промежутках …
точки минимума функции $f(x)$ …

6. Дан график производной функции $f(x)$:



тогда функция $f(x)$ возрастает …, убывает … . Точки экстремума функции $f(x)$ …

7. Дан график производной функции $g(x)$:

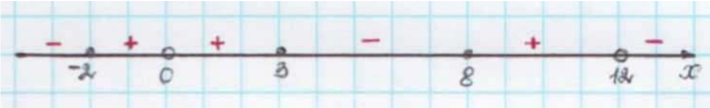


точки максимума функции $g(x)$ …
точки минимума функции $g(x)$ …

8. Функция $h(x) = x^2 - 2x + 1$ … точек экстремума, так как …

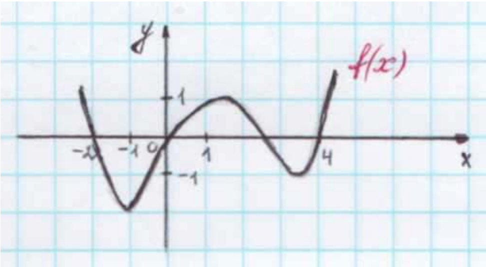
4 вариант

1. Производная функции $f(x)$ на отрезке $[-3;4]$ меняет свой знак в точке $x = 0$, при этом $f'(0) < 0$. Поэтому данная функция на промежутке … возрастает, а убывает на промежутке … .
2. Если $f'(x) < 0$ для всех $x \in D(f)$, то функция является … .
3. Из данных функций $f(x) = 2x + \sin x$; $g(x) = x^3 + 3x$; $h(x) = -x^2 - 5x + 8$ возрастающей является …
4. Знак производной функции $g(x)$ изменяется по схеме:



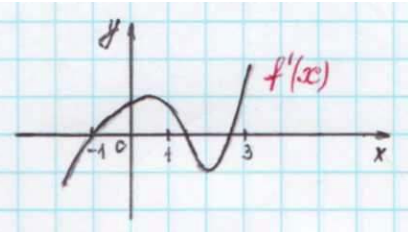
функция $g(x)$ убывает на промежутке …
функция $g(x)$ возрастает на промежутке …
функция $g(x)$ имеет точки минимума …

5. Дан график функции $f(x)$:



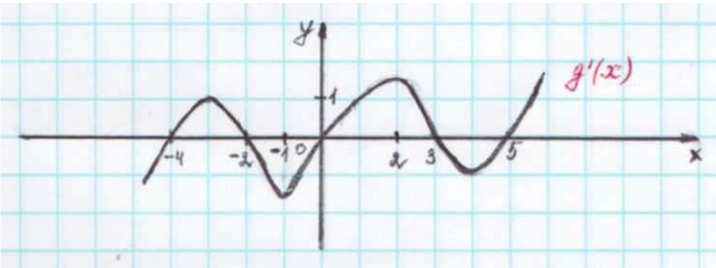
$f'(x) > 0$ на промежутках …
$f'(x) < 0$ на промежутках …
точки максимума функции $f(x)$ …

6. Дан график производной функции $f(x)$:



тогда функция $f(x)$ возрастает …, убывает … . Точки экстремума функции $f(x)$ …

7. Дан график производной функции $g(x)$:



точки максимума функции $g(x)$ …
точки минимума функции $g(x)$ …

8. Функция $h(x) = x^3 - \frac{2}{x}$ … точек экстремума, так как …

Практическая работа № 13

Тема: ***Производная.***

Цель: Отработать навыки нахождения производных функций. Уметь применять физический смысл производной к решению прикладных задач, схему исследования функции к построению графика функции, находить наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.

Методические рекомендации

Правила дифференцирования и таблица производных основных функций.

Правила.

1. $C' = 0$
2. $x' = 0$
3. $(U \pm \vartheta)' = U' \pm \vartheta'$
4. $(U \cdot \vartheta)' = U' \cdot \vartheta + U \cdot \vartheta'$
5. $(C \cdot f(x))' = C \cdot f'(x)$
6. $\left(\dfrac{U}{\vartheta}\right)' = \dfrac{U' \cdot \vartheta - U \cdot \vartheta'}{\vartheta^2}$

Производные основных элементарных функций.

1. $(x^n)' = n \cdot x^{n-1}, \; n \neq 0$
2. $(e^x)' = e^x$
3. $(\ln x)' = \dfrac{1}{x}$
4. $(a^x)' = a^x \cdot \ln a$
5. $(\log_a x)' = \dfrac{1}{x \cdot \ln a}$
6. $(\sin x)' = \cos x$
7. $(\cos x)' = -\sin x$
8. $(tgx)' = \dfrac{1}{\cos^2 x}$
9. $(ctgx)' = -\dfrac{1}{\sin^2 x}$
10. $(\arcsin x)' = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
11. $(\arccos x)' = -\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
12. $(arctgx)' = \dfrac{1}{1+x^2}$
13. $(arcctgx)' = -\dfrac{1}{1+x^2}$

Применение производной	Алгоритм
I. Построение графика функции $y = f(x)$	1. Найти область определения функции $D(f)$. 2. Исследовать функцию на четность, нечетность. 3. а) найти точки пересечения с осью *OX* (если возможно), для этого достаточно решить систему $\begin{cases} y = f(x) \\ y = 0 \end{cases}$ б) найти точки пересечения с осью *OY*, для этого решить систему $\begin{cases} y = f(x) \\ x = 0 \end{cases}$ 4. Найти $f'(x)$ и решить уравнение $f'(x) = 0$. 5. Найти интервалы монотонности и экстремума функции. 6. Найти дополнительные точки. 7. Построить график функции.
II. Нахождение наибольшего, наименьшего значения функции на отрезке.	1. Найти производную функции $f'(x)$. 2. Найти критические точки решив уравнение $f'(x) = 0$. 3. Вычислить значение функции в критических точках, принадлежащих данному промежутку. 4. Вычислить значение функции на концах отрезка. 5. Среди всех полученных чисел выбрать наибольшее и наименьшее.

Примеры

а) Найдите наибольшее значение функции $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 5$ на отрезке $[0;4]$.

Решение.

1. $f'(x) = \left(x^3 - 6x^2 + 9x + 5\right)' = 3x^2 - 12x + 9$
2. $f'(x) = 0$; $3x^2 - 12x + 9 = 0$; $x^2 - 4x + 3 = 0$; $D = 16 - 12 = 4$; $x_1 = 1$; $x_2 = 3$
3. $x = 1 \in [0;4]$; $f(1) = 1 - 6 + 9 + 5 = 9$;

$x = 3 \in [0;4]$; $f(3) = 27 - 54 + 27 + 5 = 5$

4. $f(0) = 5$; $f(4) = 64 - 96 + 36 + 5 = 9$
5. $f_{\text{íàèá .}} = f(1) = f(4) = 9$.б

б) Исследовать и построить график функции $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 3$.

Решение.

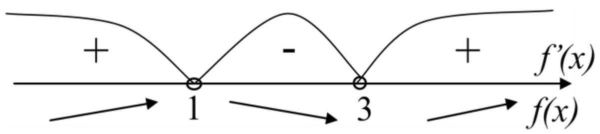
1. Область определения $x \in (-\infty;+\infty)$
2. $f'(x) = \left(x^3 - 6x^2 + 9x - 3\right)' = 3x^2 - 12x + 9$
3. $f'(x) = 0$; $3x^2 - 12x + 9 = 0$

$x^2 - 4x + 3 = 0$

$D = 16 - 12 = 4 > 0$, 2 корня

$x_1 = 3$; $x_2 = 1$

4; 5.



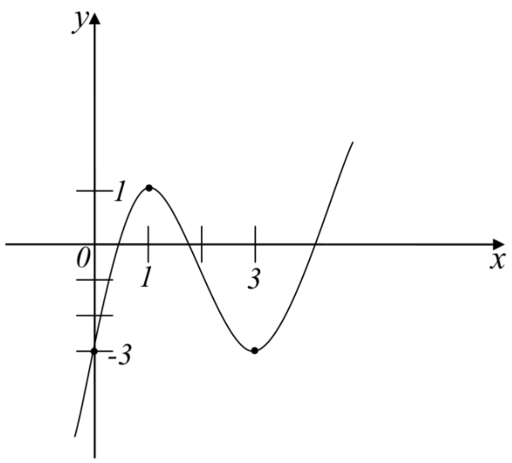
$x = 1$ - т. максимума; $x = 3$ - т. минимума

6. $f(1) = 1 - 6 + 9 - 3 = 1$

$f(3) = 27 - 54 + 27 - 3 = -3$

т. $A(1;1)$, т. $B(3;-3)$

7. $x = 0$, тогда $y = -3$, т. $C(0;-3)$
8.



Физический смысл первой производной.

Физический смысл производной заключается в том, что мгновенная скорость движения $\vartheta(t)$ в момент времени t есть производная пути по времени, т.е.

$$\vartheta(t) = \frac{dS(t)}{dt} = S'(t)$$

Варианты заданий практической работы

1 вариант

1. Найдите производную функции:

а) $y = x^2 \cdot \sin 2x$; б) $y = \sqrt{\sin^3 3x - 1}$; в) $y = \frac{x^3}{1 - x^2}$

2. При движении тела по прямой, расстояние S (в метрах) изменяется по закону $S(t) = t^2 + t + 2$. Через сколько секунд после начала движения мгновенная скорость будет равна $5 м/с$?

3. При каких значениях аргумента скорость изменения функции $f(x)$ равна скорости изменения функции $g(x)$?

$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2$; $g(x) = 7{,}5x^2 - 16x$

4. Построить график функции $y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$.

5. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$ на отрезке $[0;2]$.

2 вариант

1. Найдите производную функции

а) $y = x^3 \cdot \sin\frac{x}{3}$; б) $y = \sqrt{1 + 7\mathrm{tg}\, 2x}$; в) $y = \frac{x^2}{1 - x^3}$

2. При движении тела по прямой, расстояние S (в метрах) изменяется по закону $S(t) = 0?5t^2 - 4t + 6$. Через сколько секунд после начала движения тело остановится?

3. При каких значениях аргумента скорость изменения функции $f(x)$ равна скорости изменения функции $g(x)$?

$f(x) = x^3 - 3x^2$; $g(x) = 1{,}5x^2 - 9$

4. Построить график функции $y = \frac{x^2 - 4}{x^2 + 4}$.

5.Найти наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = -x^3 + 3x + 1$ на отрезке $[-3;0]$.

3 вариант

1. Найти производную функции

а) $y = x^2 \cdot \cos 3x$; б) $y = \sqrt{1 - 8\sin\frac{x}{8}}$ в) $y = \frac{x^3}{x^2 - 2x}$

2. При движении тела по прямой, расстояние S (в метрах) изменяется по закону $S(t) = 3t^3 - 6t - 1$. Найти скорость тела через $2с$ после начала движения.

3. При каких значениях аргумента скорость изменения функции $f(x)$ равна скорости изменения функции $g(x)$?

$f(x) = x^3 - 5x^2$; $g(x) = x^3 - 10x$

4. Построить график функции $y = \dfrac{x^2 - 5}{x^2 + 5}$.

5. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = -\frac{1}{4}x^4 + 2x^2 - \frac{7}{4}$ на отрезке $[-1;2]$.

4 вариант

1. Найти производную функции

а) $y = x^3 \cdot \cos\dfrac{x}{3}$; б) $y = \sqrt{\cos^5 \dfrac{x}{5} - 1}$; в) $y = \dfrac{x^2 - 1}{4 - 8x}$

2. Тело движется по прямой по закону $S(t) = 3t^3 - 2t - 3$. В какой момент времени скорость тела будет равна $34 м/с$?

3. При каких значениях аргумента скорость изменения функции $f(x)$ равна скорости изменения функции $g(x)$?

$f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 5x$; $g(x) = x^3 + 2x^2$

4. Построить график функции $y = \dfrac{x^2 - 3}{x^2 + 3}$.

5. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$ на отрезке $[1;3]$.

Практическая работа № 14

Тема: ***Первообразная и интеграл.***

Цель: Отработать навыки нахождения первообразной функции, значения определенного интеграла, использования геометрического и физического смысла определенного интеграла при решении прикладных задач.

Методические рекомендации

<u>Определение 1.</u> Функция $F(x)$ называется первообразной от функции $f(x)$ на отрезке $[a;b]$, если для всех $x \in [a;b]$ выполняется равенство:

$F'(x) = f(x)$

<u>Таблица интегралов.</u>

1. $\int x^n dx = \dfrac{x^{n+1}}{n+1} + C$, $n \neq -1$
2. $\int \dfrac{dx}{x} = \ln|x| + C$,
3. $\int a^x dx = \dfrac{a^x}{\ln a} + C$,

9. $\int \dfrac{dx}{x^2} = -\dfrac{1}{x} + C$,
10. $\int \sqrt{x}dx = \dfrac{2}{3}x\sqrt{x} + C$,
11. $\int \dfrac{dx}{\sqrt{x}} = 2\sqrt{x} + C$,

4. $\int e^x dx = e^x + C$,

5. $\int \sin x dx = -\cos x + C$,

6. $\int \cos x dx = \sin x + C$,

7. $\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + C$,

8. $\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x + C$,

12. $\int \operatorname{tg} x dx = -\ln|\cos x| + C$,

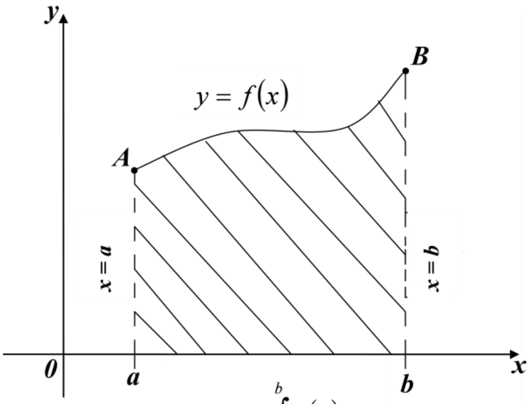
13. $\int \operatorname{ctg} x dx = \ln|\sin x| + C$,

14. $\int dx = x + C$,

15. $\int 0 dx = C$.

I. Геометрический смысл определенного интеграла.

Пусть дана функция $f(x)$ непрерывная на $[a;b]$. Рассмотрим график этой функции (некоторую кривую).



$S_{aABb} = \int_a^b f(x)dx$

- фигура $aABb$, ограниченная отрезком $[a;b]$ оси *OX*, отрезками параллельных прямых $x = a$ и $x = b$, и кривой $y = f(x)$, называется криволинейной трапецией.
- Если интегрируемая на $[a;b]$ функция $f(x)$ неотрицательна, то определенный интеграл численно равен площади криволинейной трапеции, ограниченной $[a;b]$ оси *OX*, отрезками прямых $x = a$, $x = b$ и графиком данной функции. В этом заключается геометрический смысл определенного интеграла.

II. Вычисление площадей плоских фигур.

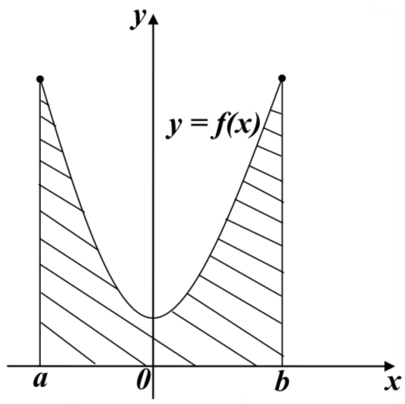
Из геометрического смысла определенного интеграла известно, что если $f(x) \geq 0$, $x \in [a;b]$, то площадь соответствующей криволинейной трапеции вычисляется по формуле:

$$S_{aABb} = \int_a^b f(x)dx$$

Очевидно, что если $f(x) \leq 0$, $x \in [a;b]$, то $S_{aABb} = \left|\int_a^b f(x)dx\right|$

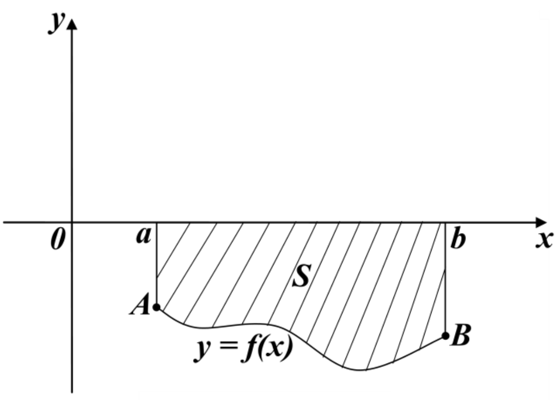
Рассмотрим основные случаи расположения плоских фигур:

1.



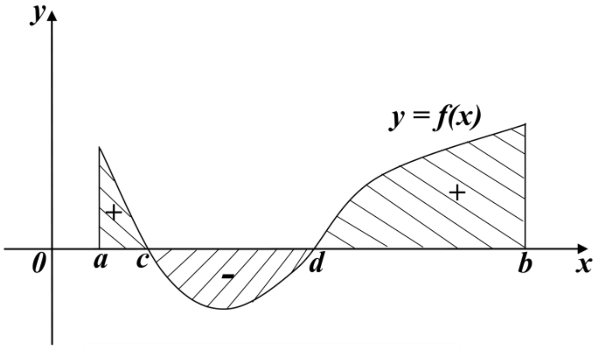
$S = \int_a^b f(x)dx$

2.



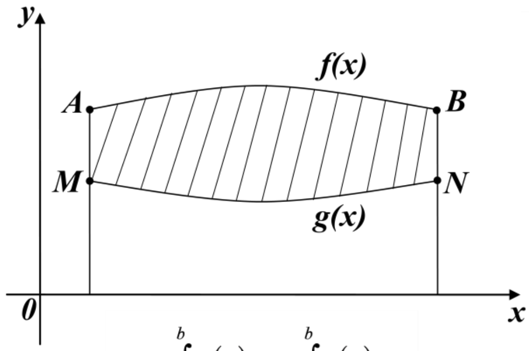
$S_{aABb} = -\int_a^b f(x)dx$

3.



$$S=\int_a^c f(x)dx-\int_c^d f(x)dx+\int_d^b f(x)dx$$

4.



$$S=\int_a^b f(x)dx-\int_a^b g(x)dx$$

III. Применение определенного интеграла в физике.

1. Путь, пройденный точкой при неравномерном движении за промежуток времени от t_1 до t_2 вычисляется по формуле:

$$S=\int_{t_1}^{t_2}\vartheta(t)dt$$

Варианты заданий практической работы

1 вариант

1. Определите функцию, для которой $F(x)=x^2-\sin 2x-1$ является первообразной:

1) $f(x)=\frac{x^3}{3}+\cos 2x+x$; 2) $f(x)=2x-2\cos 2x$;

3) $f(x)=2x+\frac{1}{2}\cos 2x$; 3) $f(x)=\frac{x^3}{3}+\frac{1}{2}\cos 2x+x$

2. Для функции $f(x)=x^2$, найдите первообразную $F(x)$, принимающую заданное значение в заданной точке $F(-1)=2$.

1) $F(x)=\frac{x^3}{3}+2\frac{1}{3}$; 2) $F(x)=2x+2\frac{1}{3}$; 3) $F(x)=-\frac{x^3}{3}+2\frac{1}{3}$; 4) $F(x)=\frac{x^3}{3}-2\frac{1}{3}$

3. Точка движется по прямой так, что ее скорость в момент времени t равна $\upsilon(t)=t+t^2$. Найдите путь, пройденный точкой за время от 1 до 3 секунд, если скорость измеряется в $м/с$.

1) $18м$; 2) $12\frac{1}{3}м$; 3) $17\frac{1}{3}м$; 4) $20м$

4. Вычислите: а) $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{6}{\cos^2 x}dx$; б) $\int_2^4 4x dx$.

а)

1) $6\sqrt{3}$; 2) 6; 3) $2\sqrt{3}$; 4) $3\sqrt{3}$

5. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями:

а) $y = -x^2 + 3; y = 0$

1) $4\sqrt{3}$; 3) $9\sqrt{3}$;

2) $6\sqrt{3}$; 4) $8\sqrt{3}$.

б) $y = \sqrt{x}$; $y = \frac{1}{2}x$

1) 2; 3) $2\frac{2}{3}$;

2) $1\frac{1}{3}$; 4) $1\frac{2}{3}$.

2 вариант

1. Определите функцию, для которой $F(x) = -\cos\frac{x}{2} - x^3 + 4$ является первообразной:

1) $f(x) = -\sin\frac{x}{2} - 3x^2$; 3) $f(x) = -\frac{1}{2}\sin\frac{x}{2} - 3x^2$;

2) $f(x) = \frac{1}{2}\sin\frac{x}{2} - 3x^2$; 4) $f(x) = 2\sin\frac{x}{2} - 3x^2$.

2. Для функции $f(x) = 2x - 2$ найдите первообразную $F(x)$, график которой проходит через точку $A(2;1)$.

1) $F(x) = -x^2 - 2x - 1$ 2) $F(x) = x^2 + 2x + 2$; 3) $F(x) = 2x^2 - 2$ 4) $F(x) = x^2 - 2x + 1$

3. Точка движется по прямой так, что ее скорость в момент времени t равна $\upsilon(t) = 3 + 0{,}2t$. Найдите путь, пройденный точкой за время от 1 до 7 секунд, если измеряется в $м/с$.

1) $22{,}8м$ 2) $29м$; 3) $23м$; 4) $13м$

4. Вычислите: а) $\int_\pi^{2\pi} \cos\frac{x}{6}dx$; б) $\int_1^4 (x^2 - 6x)dx$

а)

1) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$; 2) $3\sqrt{3} - 3$; 3) 0; 4) $3 - 3\sqrt{3}$

5. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями:

а) $y = 2x^2$; $y = 0$; $x = 2$

1) $5\frac{2}{3}$; 3) $5\frac{1}{3}$;

2) $2\frac{1}{3}$; 4) $2\frac{2}{3}$

б) $y = 5 - x^2$; $y = 1$;

1) 16; 3) $11\frac{1}{3}$;

2) $5\frac{1}{3}$; 4) $10\frac{2}{3}$

3 вариант

1. Определите функцию, для которой $F(x)=x^3-\sin 3x+2$ является первообразной:

1) $f(x)=\frac{x^2}{2}-\frac{1}{3}\cos 3x$; 3) $f(x)=3x^2+\sin 3x$;

2) $f(x)=3x^2-3\cos 3x$; 4) $f(x)=\frac{x^2}{2}+\frac{1}{3}\cos 3x$

2. Для функции $f(x)=x^3$ найдите первообразную $F(x)$, принимающую заданное значение в заданной точке: $F(1)=\frac{1}{4}$

1) $F(x)=\frac{x^3}{3}-2$; 2) $F(x)=\frac{1}{4}x^4$; 3) $F(x)=\frac{1}{4}x^4+3$; 4) $F(x)=-\frac{x^3}{3}$

3. Скорость движения точки $\upsilon(t)=(18t-3t^2)$ м/с. Найдите путь, пройденный точкой от начала движения до остановки.

1) 108 м; 2) 92 м; 3) 36 м; 4) 20 м

4. Вычислите: а) $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}(1+\cos 2x)dx$; б) $\int\limits_0^2 x^3dx$

а)

1) $\frac{\pi}{2}$; 2) $-\frac{\pi}{2}$; 3) 0; 4) 1

5. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями:

а) $y=x^2-1$; $y=0$

1) $\frac{2}{3}$; 2) $\frac{4}{3}$; 3) $\frac{3}{2}$; 4) $\frac{3}{4}$

б) $y=x^3$; $x=2$; $x=0$

1) 2; 2) 3; 3) 4; 4) 1

4 вариант

1. Определите функцию, для которой $F(x)=x^3-\cos 3x+2$ является первообразной:

1) $f(x)=\frac{x^2}{2}-\frac{1}{3}\cos 3x$; 3) $f(x)=3x^2+3\sin 3x$;

2) $f(x)=3x^2-3\cos 3x$; 4) $f(x)=\frac{x^2}{2}+\frac{1}{3}\cos 3x$

2. Для функции $f(x)=3x^2-3$ найдите первообразную $F(x)$, график которой проходит через точку $A(2;2)$.

1) $F(x)=-x^3-3x$; 2) $F(x)=x^3+3x-1$; 3) $F(x)+x^3-3x$; 4) $F(x)=x^2-5$

3. Скорость движения точки $\upsilon(t)=(24t-t^2)$ м/с. Найдите путь. Пройденный точкой за третью секунду.

1) $10м$; 2) $32м$; 3) $108м$; 4) $24м$

4. Вычислите: а) $\int\limits_0^{\frac{\pi}{6}} \cos 3x dx$; б) $\int\limits_4^9 \frac{dx}{\sqrt{x}}$

а)

1) $\frac{2}{3}$; 2) $\frac{1}{3}$; 3) 1; 4) 0

5. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями:

а) $y = x^2 + 1$; $x = 0$; $x = 1$

1) $\frac{2}{3}$; 3) $\frac{4}{3}$;

2) 1; 4) 2

б) $y = 4 - x^2$; $y = 0$

1) $\frac{16}{3}$; 3) $\frac{1}{3}$;

2) 1; 4) $\frac{32}{3}$

Практическая работа № 15

Тема: ***Элементы комбинаторики, теории вероятностей и математической статистики.***

Цель: Знать формулы комбинаторики, теории вероятностей и уметь применять их при решении задач.

Методические рекомендации

Название	Формула	Примеры
1	2	3
1. Вероятность события *P(A)*	$P(A) = \frac{m}{n}$	В урне 3 белых и 9 черных шаров. Из урны наугад вынимают один шар. Какова вероятность того, что вынутый шар окажется черным (событие А)? <u>Решение.</u> $m = 9$, $n = 3 + 9 = 12$ $P(A) = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$
2. Вероятность достоверного события (U); вероятность невозможного события (V)	$P(V) = 0$; $P(U) = 1$	
КОМБИНАТОРИКА		
3. Размещения	$A_n^k = n(n-1)(n-2)...(n-k+1)$	$A_5^3 = 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$
4. Перестановки	$P_n = A_n^k = n!$ $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot ... \cdot n$	$P_5 = 5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$
5. Сочетания	$C_n^k = \frac{n(n-1)(n-2)...(n-k+1)}{k!}$	$C_5^3 = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 10$
6. Теорема сложения и умножения вероятно-	$P(A+B) = P(A) + P(B)$ $P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)$	• Вероятность попадания снаряда в первый склад равна 0,225,

<table>
<tr><th>1</th><th>2</th><th>3</th></tr>
<tr>
<td>стей</td>
<td>$P(A)+P(\overline{A})=1$, где
$P(\overline{A})$ - вероятность противоположного события</td>
<td>во второй – 0,325. В результате детонации любое попадание взрывает оба склада. Какова вероятность того, что оба склада будут уничтожены?
<u>Решение.</u>
$P(A+B)=P(A)+P(B)=$
$=0{,}225+0{,}325=0{,}55$
• Вероятность попадания в цель для первого стрелка равна $P(A)=0{,}9$, для второго стрелка равна $P(B)=0{,}7$. Найти вероятность того, что оба стрелка попадут в цель.
$P(AB)=P(A)\cdot P(B)=0{,}9\cdot 0{,}7=$
$=0{,}63$</td>
</tr>
<tr>
<td>7. Формула полной вероятности</td>
<td>$P(A)=P(A|X_1)\cdot P(X_1)+$
$+P(A|X_2)\cdot P(X_2)+\ldots+$
$+P(A|X_n)\cdot P(X_n)$</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>8. Формула Бернулли</td>
<td>$P_{m,n}=C_n^m p^m q^{n-m}$, $q=1-p$</td>
<td>В урне 20 шаров: 15 белых и 5 черных. Вынули подряд 5 шаров, причем каждый вынутый шар возвращается в урну и перед извлечением следующего тщательно перемешиваются. Найти вероятность того, что из пяти вынутых шаров будет 2 белых.
<u>Решение.</u>
$P=\frac{15}{20}=\frac{3}{4}$; $q=1-P=\frac{1}{4}$
$P_{2,5}=C_5^2 P^2 q^{5-2}=$
$=\frac{5\cdot 4}{1\cdot 2}\left(\frac{3}{4}\right)^2\left(\frac{1}{4}\right)^3=\frac{45}{512}$</td>
</tr>
<tr>
<td>9. Математическое ожидание $M(X)$</td>
<td>$M(X)=x_1p_1+x_2p_2+\ldots+x_np_n$,
x_n - дискретная с.в.
p_n - соответствующие вероятности<hr>Свойства
1. $M(C)=C$
2. $M(X+Y)=M(X)+M(Y)$
3. $M(X\cdot Y)=M(X)\cdot M(Y)$
4. $M(C\cdot X)=C\cdot M(X)$</td>
<td><table><tr><th>X</th><th>-1</th><th>0</th><th>1</th><th>2</th><th>3</th></tr><tr><td>P</td><td>0,2</td><td>0,1</td><td>0,25</td><td>0,15</td><td>0,3</td></tr></table>$M(X)=?$
<u>Решение.</u>
$M(X)=-1\cdot 0{,}2+0\cdot 0{,}1+1\cdot 0{,}25+$
$=2\cdot 0{,}15+3\cdot 0{,}3=1{,}25$</td>
</tr>
<tr>
<td>10. Дисперсия дискретной с.в. $D(X)$</td>
<td>$D(X)=M(X^2)-M^2(X)$</td>
<td><table><tr><th>X</th><th>-1</th><th>0</th><th>1</th><th>2</th></tr><tr><td>P</td><td>0,2</td><td>0,1</td><td>0,3</td><td>0,4</td></tr></table>$D(X)=?$
$M(X)=-1\cdot 0{,}2+0\cdot 0{,}1+1\cdot 0{,}3+$</td>
</tr>
</table>

1	2	3
		$+2\cdot 0{,}4=0{,}9$ $M^2(X)=(0{,}9)^2=0{,}81$ $M(X^2)=(-1)^2\cdot 0{,}2+0^2\cdot 0{,}1+$ $+1^2\cdot 0{,}3+2^2\cdot 0{,}4=2{,}1$ $D(X)=2{,}1-0{,}81=1{,}29$

Варианты заданий практической работы

1 вариант

1. Решите уравнение: $A_x^3=\frac{1}{20}\cdot A_x^4$
2. Бригадир должен отправить на работу бригаду из 3-х человек. Сколько таких бригад можно составить из 8 человек?
3. Брошена игральная кость. Найти вероятность:
   а) появления четного числа очков;
   б) появления не больше двух очков.
4. В партии из 15 деталей имеется 8 стандартных. Найти вероятность того, что среди пяти взятых наугад деталей 3 стандартные.

2 вариант

1. Решите уравнение: $30x=A_x^3$
2. Сколькими способами можно расставить 6 томов энциклопедии, чтобы они стояли в беспорядке?
3. В урне 5 белых и 10 черных шаров. Из урны наугад вынимают один шар. Какова вероятность того, чтовынутый шар окажется:
   а) черным;
   б) белым.
4. Первенство по футболу оспаривают 20 команд, среди которых 7 лидирующих. Путем жеребьевки команды распределяются на две группы по 10 команд в каждой. Какова вероятность попадания всех лидирующих команд в одну группу?

3 вариант

1. Решите уравнение: $30A_{x-2}^4=A_x^5$
2. Из 10 кандидатов нужно выбрать 3-х на конференцию. Сколькими способами это можно сделать?
3. Брошена игральная кость. Найти вероятность:
   а) появления четного числа очков;
   б) появления не больше трех очков.
4. Восемь различных книг расставляются наудачу на одной полке. Найти вероятность того, что две определенные книги окажутся поставленными рядом.

4 вариант

1. Решите уравнение: $20A_{x-2}^3 = A_x^5$
2. Сколькими способами могут разместиться 5 человек вокруг стола?
3. Два стрелка стреляют по одной и той же цели. Вероятность попадания в цель для первого стрелка равна 0,82, для второго 0,75. Найти вероятность того, что оба стрелка попадут в цель.
4. В ящике имеется 80 стандартных деталей и 20 нестандартных. Из ящика наудачу берут одну за другой две детали. Какова вероятность появления стандартной детали при первом испытании, при втором испытании?

5 вариант

1. Решите уравнение: $\frac{x}{A_x^3} = \frac{1}{12}$
2. Бригадир должен отправить на работу 4 человек. Сколькими способами это можно сделать, если бригада состоит из 10 человек?
3. В урне 20 шаров. 17 белых и 3 черных. Вынули подряд 5 шаров, причем каждый вынутый шар возвращается в урну и перед извлечением следующего, шары в урне тщательно перемешиваются. Найти вероятность того, что из пяти вынутых шаров три белых.
4. Найти математическое ожидание с.в. *X*, если закон ее распределения задан таблицей:

x_i	1	2	3	4
P_i	0,3	0,1	0,2	0,4

6 вариант

1. Решите уравнение: $4C_{x+2}^{x-1} = A_x^3$
2. Сколькими способами можно расставить 5 томов, чтобы они стояли в беспорядке?
3. В учебных мастерских на станках *a*, bис изготавливают соответственно 30 %, 45 % и 25 % всех деталей. В их продукции брак составляет соответственно 13 %, 11 % и 5 %. Найти вероятность того, что наугад взятая деталь дефектна.
4. Найти дисперсию дискретной с.в. *X*, зная закон ее распределения:

x_i	0	1	2	3	4
P_i	0,2	0,4	0,3	0,08	0,02

Приложение С

Перечень примерных экзаменационных заданий

Часть 1

№1 .Вычислите: $125^{\frac{1}{3}} \cdot 16^{\frac{3}{4}} - 36^{\frac{1}{2}}$

№2. Вычислите: $256^{\frac{1}{4}} : 32^{\frac{2}{5}} - 4$

№3 .Вычислите: $27^{\frac{2}{3}} \cdot 16^{\frac{1}{4}}$- $64^{\frac{2}{3}}$

№4. Вычислите: $5 - 27^{\frac{2}{3}} : 8^{\frac{1}{3}}$.

№5. Вычислите $29 \cdot 16^{\frac{1}{4}} - 15$.

№6. Вычислите $7 - 3 \cdot 64^{\frac{1}{6}}$.

№7. Вычислите $2 \cdot 125^{\frac{1}{3}} - 0{,}9^0$

№8. Вычислите 12- $64^{\frac{2}{3}} \cdot 81^{\frac{1}{4}}$

№9. Упростите выражение $\log_2 50 - 2\log_2 5$.

№10. Упростите выражение $2^{\log_2 3} + \log_7 2$ - $\log_7 14$.

№11. Упростите выражение $\log_{10} 5 + \log_{10} 2$

№12. Упростите выражение $\frac{\log_3 8}{\log_3 16}$

№13. Упростите выражение $\frac{\log_5 36 - \log_5 12}{\log_5 9}$

№14. Упростите выражение $\log_5 3$ - $\log_5 15 + \log_3 5$

№15. Упростите выражение $\log_5 100 - 2\log_5 2$

№16. Упростите выражение $4\log_{12} 2 + \log_{12} 9$

№17. Найдите значение $\sin\alpha$,если $\cos\alpha = \frac{3}{5}$, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$.

№18. Найдите значение $\cos\alpha$,если $\sin\alpha = -\frac{5}{13}$, $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

№19.Найдите значение $\cos\alpha$, если $\sin\alpha = -0{,}8$ и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

№20. Найдите значение $\sin\alpha$, если $\cos\alpha = -\frac{\sqrt{6}}{4}$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$

№21. Найдите значение sinα, если $\cos\alpha = \frac{8}{17}$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$

№22. Найдите значение $\cos\alpha$, если $\sin\alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}$ и $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$.

№23. Найдите значение $\sin\alpha$, *если* $\cos\alpha = -\frac{12}{13}; \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

№24. Найдите значение $\cos\alpha$, *если* $\sin\alpha = -\frac{4}{5}; \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

№25. Упростите выражение: $\sin^2 x + \cos^2 x - 2\operatorname{tg}x \cdot \operatorname{ctg}x$.

№26. Упростите выражение: $(1 + \operatorname{tg}^2 x) \cdot \cos^4 x$

№27. Упростите выражение $7\cos^2\alpha - 5 + 7\sin^2\alpha$.

№28. Упростите выражение $-4\sin^2\alpha + 5 - 4\cos^2\alpha$

№29. Упростите выражение $-3\sin^2\alpha - 6 - 3\cos^2\alpha$.

№30. Упростите выражение $\sin x \cdot \operatorname{ctg}x + 2\cos x$

№31.Упростите выражение $\frac{1}{\cos^2 x} - \operatorname{tg}^2 x - 2\sin^2 x$

№32. Упростите выражение: $\sin\alpha \cdot \cos\alpha \cdot \operatorname{ctg}\alpha - 1$

№33. Решите уравнение $\sin 5x = 0$

№34. Решите уравнение $\sin x = 1$.

№35. Решите уравнение $\cos x = -1$

№36. Решите уравнение $2\sin x = \sqrt{3}$; .

№37. Решите уравнение $\cos x = 1$.

№38. Решите уравнение $\sin 0{,}5x = -1$

№39. Решите уравнение $\sqrt{2}\cos x + 1 = 0$

№40. Решите уравнение $\sqrt{2}\sin x - 1 = 0$

№41. Найдите корни уравнения $\sqrt{64 - 3x^2} = -x$.

№42. Найдите корни уравнения $\sqrt{4 + x} = \sqrt{2x - 1}$

№43. Найдите корни уравнения $\sqrt{4x^2 - 27} = -x$

№44. Найдите корни уравнения $\sqrt[3]{2x + 3} = 1$

№45. Найдите корни уравнения $\sqrt{125 - 4x^2} = -x$.

№46. Найдите корни уравнения $\sqrt[3]{x - 9} = -3$

№47. Найдите корни уравнения $\sqrt[3]{1 - x} = 2$.

№48. Найдите корни уравнения $\sqrt{48-4x}=6$

№49. Укажите промежуток, которому принадлежит корень уравнения $\left(\frac{1}{5}\right)^{2-3õ}=25$..

1) [-4;0) 2) [0;1) 3) [-∞;-4) 4) [0;6).

№50. Укажите промежуток, которому принадлежит корень уравнения $\left(\frac{1}{25}\right)^{0,4x-2}=$ 125.

1) [-4;0) 2) [0;1) 3) [1;4) 4) [4;6).

№51. Укажите промежуток, которому принадлежит корень уравнения $2^{2x-1}=\frac{1}{8}$

1) 1) [-4;0) 2) [0;1) 3) [-∞;-5) 4) [0;+∞).

№52. Укажите промежуток, которому принадлежит корень уравнения $\left(\frac{1}{32}\right)^{0,5x+1}=$ 8.

1) [-4;0) 2) [0;1) 3) [-∞;-4) 4) [4;6).

№53. Укажите промежуток, которому принадлежит корень уравнения $25^{x}=\frac{1}{5}$

1) [-4;0) 2) [0;1) 3) [-∞;-1) 4) [0;1).

№54. Укажите промежуток, которому принадлежит корень уравнения $\left(\frac{1}{8}\right)^{0,1x-1}=$ 16

1) [-4;0) 2) [0;1) 3) [1;4) 4) [4;6).

№55. Укажите промежуток, которому принадлежит корень уравнения $(0,1)^{2x-3}=10$

1) [-4;-1) 2) (0; 2] 3) (1;4) 4) [4;6).

№56. Укажите промежуток, которому принадлежит корень уравнения $8^{-x}=16$

1) [-4; 0] 2) [0;+∞) 3) [-∞;-1) 4) [0;1).

№57. Решите равнение $\log_5 x + \log_5 3 = \log_5 12$.

№58. Решите уравнение $\log_{10} x - \log_{10} 5 = \log_{10} 5$

№59. Решите равнение $\log_4 x + \log_4 5 = \log_4 20$

№60. Решите равнение $\log_7 x + \log_7 6 = \log_7 18$.

№61. Решите уравнение $\log_3 20 - \log_3 x = \log_3 4$

№63. Решите уравнение $\log_{0,5}(x-4)=1$

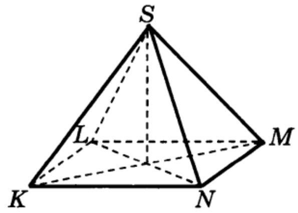
№64. Решите равнение $\log_6 x = \log_6 8 - 2\log_6 3$.

№65. В конусе образующая равна 15 см, а высота конуса 9 см. Найдите площадь основания.

№66. Измерения прямоугольного параллелепипеда равны 6см, 12см, $2\sqrt{19}$ см. Найдите диагональ параллелепипеда.

№67. Найдите диагонали прямоугольного параллелепипеда по трем его измерениям: 2; 2; 1.

№68. Высота правильной четырехугольной пирамиды равна 6, сторона основания равна 10. Найти апофему пирамиды.



№69. В шаре на расстоянии 5см от центра проведено сечение, радиус которого равен 12см. Найти радиус шара.

№70. Измерения прямоугольного параллелепипеда равны 7 см, 11 см, $\sqrt{55}$ см. Найдите диагональ параллелепипеда.

№71. Площадь сферы равна 324 $см^2$. Найдите радиус сферы.

№72. Наклонная равна 10 см. Чему равна проекция этой наклонной на плоскость, если наклонная составляет с плоскостью угол, равный 60°?

№73. Даны $\vec{a}(2,4,-6)$, $\vec{b}(-9,-3,6)$, $\vec{c}(3,0,-1)$. Найдите координаты вектора $\vec{p}=\vec{a}+\frac{1}{3}\vec{b}+2\vec{c}$.

№74. Даны точки A(1;-1;0), B(-3;-1;2), C(-1;2;1).Найдите длину вектора $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CB}$.

№75. Треугольник ABC задан координатами его вершин A(3;–4;2), B(–3;2;–4), C(1;3; –1). Найти координаты медианы CM.

№76. Даны $\vec{a}(1,-2,0)$, $\vec{b}(3,-6,0)$, $\vec{c}(0,-3,4)$. Найдите координаты вектора $\vec{p}=2\vec{a}-\frac{1}{3}\vec{b}-\vec{c}$.

№77. Даны точки A(0;4;–1), B(1;3;0), C(0;2;5). Найдите длину вектора $\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{CB}$.

№78. Вершины ΔABC имеют координаты A (-2;0;1) , B (-1;2;3), C (8;-4;9). Найдите координаты вектора $\overrightarrow{BM}$, если BM –медиана ΔABC.

№79. Даны $\vec{a}(-1,3,3)$, $\vec{b}(2,-1,0)$, $\vec{c}(1,-1,2)$. Найдите координаты вектора $\vec{p}=2\vec{a}-\vec{b}+\vec{c}$.

№80. Даны $\vec{a}(2,4,6)$, $\vec{b}(-3,1,0)$, $\vec{c}(3,0,-1)$. Найдите координаты вектора $\vec{p}=-0{,}5\vec{a}+2\vec{b}-\vec{c}$.

Часть 2

№1. Найдите точки экстремума функции; укажите max, min точки: $y = x^3 - 3x^2$.

Ответ:______________________

№2. Найдите точки экстремума функции; укажите max, min точки: $y = x^2 + 2x$.

Ответ:______________________

№3. Найдите точки экстремума функции; укажите max, min точки: $y = 4x - x^4$.

Ответ:____________________

№4. Найдите точки экстремума функции; укажите $\max, \min$ точки: у = $x^2 - 3x$.

Ответ:____________________

№5. Найдите точки экстремума функции; укажите $\max, \min$ точки: $y = x^3 - 3x$..

Ответ:____________________

№6. Найдите точки экстремума функции; укажите $\max, \min$ точки: у = $3x + x^2$.

Ответ:____________________

№7. Найдите точки экстремума функции; укажите $\max, \min$ точки: у = у = x^2 - 1.

Ответ:____________________

№8. Найдите точки экстремума функции; укажите $\max, \min$ точки: у = $-4x + \frac{x^3}{3}$.

Ответ:____________________

№9. Решите уравнение: $3^{2x} - 8 \cdot 3^x - 9 = 0$.

Ответ:____________________

№10. Решите уравнение: $5^{x+1} - 3 \cdot 5^{x-2} = 122$

Ответ:____________________

№11. Решите уравнение: $\log_{0,5}(2x - 3) = -2$

Ответ:____________________

№12. Решите уравнение: $\log_3(x+1) + \log_3(x+3) = 1$.

Ответ:____________________

№13. Решите уравнение: $\lg x + \lg(x-2) = \lg 3$.

Ответ:____________________

№14. Решите уравнение: $3^{2x+2} - 3^{2x} = 72$.

Ответ:____________________

№15. Решите уравнение: $\log_2(x - 3) + \log_2(2x + 1) = 2$.

Ответ:____________________

№16. Решите уравнение: $36^x - 4 \cdot 6^x - 12 = 0$.

Ответ:____________________

№17. Сторона основания правильной треугольной пирамиды равна 12 см, боковое ребро равно 7 см. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

Ответ:____________________

№18. Найти объем прямого параллелепипеда, основанием которого является ромб с диагоналями 12 см и 16 см, а высота параллелепипеда равна 16 см.

Ответ:____________________

№19. Площади двух граней прямоугольного параллелепипеда равны 35см^2 и 42см^2, а длина их общего ребра 7см. Найдите объем параллелепипеда.

Ответ:____________________

№20. Радиус сферы равен 15 см. Найдите длину дуги окружности сечения, удаленного от центра сферы на 12см.

Ответ:____________________

№21. Образующая конуса равна 12см и составляет с плоскостью основания угол 30^0. Найдите объем конуса, считая $\pi = 3$.

Ответ:____________________

№22. Точка К не лежит в плоскости прямоугольника АВСД. Отрезок ОК перпендикулярен плоскости прямоугольника и равен 12см. Найдите расстояние от точки К до вершины прямоугольника В, если стороны прямоугольника равны 6 и 8 см.

Ответ:____________________

№23. Площадь сечения шара плоскостью равна 81π см^2. Радиус шара равен 15см. Вычислите расстояние от центра шара до плоскости сечения.

Ответ:____________________

№24. Дан квадрат АВСД сторона которого равна 3см. Из точки М проведена прямая МВ перпендикулярно к плоскости квадрата, отрезок МВ равен 4см. Вычислите площадь треугольника МСД.

Ответ:____________________

№25. Вычислите интеграл: $\int_{-2}^{1}(10x^4+1)dx.$

Ответ:____________________

№26. Вычислите интеграл: $\int_{-1}^{2}\left(x^2-x+9\right)dx$

Ответ:____________________

№27. Вычислите интеграл: а) $\int_{0}^{1}(2x-3)dx.$

Ответ:____________________

№28. Вычислите интеграл: $\int_{-3}^{1}\left(x^2+4x+4\right)dx$

Ответ:____________________

№29. Вычислите интеграл: а) $\int_{1}^{2}\left(2-x^2\right)dx$

Ответ:____________________

№30. Вычислите интеграл: а) $\int_{0}^{2}\left(3x^2-4x+5\right)dx$

Ответ:____________________

№31. Вычислите интеграл: $\int_{-1}^{2}(2x-1)dx$

Ответ:____________________

№32. Вычислите интеграл: $\int_0^2 (1 + x)dx$

Ответ:____________________

№33. Из корзины, в которой находятся 4 белых и 7 черных шара, вынимают один шар. Найти вероятность того, что шар окажется черным.

Ответ:____________________

№34. В ящике лежат карточки с буквами, из которых можно составить слово «электрификация». Какова вероятность того, что наугад выбранная буква окажется буквой к?

Ответ:____________________

№35. В корзине 20 шаров: 5 синих, 4 красных, остальные черные. Выбирают наудачу один шар. Определить, с какой вероятностью он будет цветным.

Ответ:____________________

№36. Вступительный экзамен в лицей состоит из трех туров. Вероятность отсева в 1 туре составляет 60%, во втором - 40%, в третьем – 30%. Какова вероятность поступления в лицей?

Ответ:____________________

№37. В ящике находится 45 шариков, из которых 17 белых. Потеряли 2 не белых шарика. Какова вероятность того, что выбранный наугад шарик будет белым?

Ответ:____________________

№38. Николай и Леонид выполняют контрольную работу. Вероятность ошибки при вычислениях у Николая составляет 70%, а у Леонида – 30%. Найдите вероятность того, что Леонид допустит ошибку, а Николай нет.

Ответ:____________________

№39. Катя и Аня пишут диктант. Вероятность того, что Катя допустит ошибку, составляет 60%, а вероятность ошибки у Ани составляет 40%. Найти вероятность того, что обе девочки напишут диктант без ошибок.

Ответ:____________________

№40. В коробке лежат 4 голубых, 3 красных, 9 зеленых, 6 желтых шариков. Какова вероятность того, что выбранный шарик будет не зеленым?

Ответ:____________________

Часть 3

№1. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями: $y=2x^2$, $y=2x$.

№2. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями: $y= - x^2+2$, $y=-x$.

№3. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями: $y=x^2+1$, $y=1$, $x=1$.

№4. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = 4 – x^2$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$.

№5. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями :$y = 1 - x^3$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 1$.

№6. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = 1 - x^2$, $y = 0$.

№7. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями: $y=2x^2$, $y= x+1$.

№8. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = x^3 + 1$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$.

№9. Докажите тождество: $\frac{\cos^2\alpha - \sin^2\alpha}{2\sin^2\alpha \cdot \mathrm{ctg}\,\alpha} \cdot \mathrm{tg}\,2\alpha = 1.$

№10. Докажите тождество: $\frac{\sin^2\alpha + \cos^2\alpha}{\cos^2\alpha - \sin^2\alpha} \cdot \sin 2\alpha = \mathrm{tg}\,2\alpha.$

№11. Докажите тождество: $\frac{2\cos^2\alpha \cdot \mathrm{tg}\,\alpha}{\cos^2\alpha - \sin^2\alpha} \cdot \mathrm{ctg}\,2\alpha = 1.$

№12. Докажите тождество: $\frac{\sin 2\alpha + \cos\alpha}{\cos^2\alpha + \sin^2\alpha + 2\sin\alpha} = \cos\alpha$

№13. Докажите тождество: $\frac{2\cos^2\alpha \cdot \mathrm{tg}\,\alpha}{\mathrm{tg}\,2\alpha} = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$

№14. Докажите тождество: $\frac{\sin\alpha - 0{,}5\sin 2\alpha \cdot \cos\alpha}{\sin^2\alpha} = \sin\alpha.$

№15. Докажите тождество: $\frac{2\cos^2\alpha \cdot \mathrm{tg}\,\alpha}{\sin^2\alpha - \cos^2\alpha} = -\mathrm{tg}\,2\alpha.$

№16. Докажите тождество: $\frac{2\sin^2\alpha}{\mathrm{tg}\,2\alpha \cdot \mathrm{tg}\,\alpha} = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$

№17. Из точки к плоскости проведены две наклонные длиной 12 и 24 см, проекции которых относятся как 1:7. Найдите расстояние от точки до плоскости.

№18. Сторона основания правильной треугольной призмы равна 6 см, а диагональ боковой грани 10 см. Найдите площадь полной поверхности призмы.

№19. Радиусы оснований усеченного конуса 8м и 5м, высота 4м. Найти площадь боковой поверхности и объем.

№20. Радиусы оснований усеченного конуса равны 5 см и 11 см , а образующая равна

10 см. Найдите высоту усеченного конуса и площадь осевого сечения.

№21. Диагональ осевого сечения цилиндра равна $12\sqrt{3}$ см. она наклонена к плоскости основания под углом 60°. Вычислите объем цилиндра.

№22. Диаметр основания цилиндра равен 1 м, а высота цилиндра равна длине окружности основания. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.

№23. Осевое сечение конуса – равносторонний треугольник, периметр которого равен $12\sqrt{3}$ см. Вычислите объем конуса.

№24. Высота конуса 15м, объем 320Пм³. Определите полную поверхность конуса.

Литература

Башмаков М.И. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия: учебник для студентов профессиональных организаций, осваивающих профессии и специальности СПО.- М., 2019 г.

Башмаков М.И. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия: задачник: учебное пособие для студентов профессиональных образовательных организаций, осваивающих профессии и специальности СПО.- М., 2019 г.

Башмаков М.И. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия: Электронный учебно-методический комплекс для студентов профессиональных образовательных организаций, осваивающих профессии и специальности СПО.- М., 2019 г.

Мордкович А.Г. Алгебра и начала математического анализа 10-11: учебник для учащихся общеобразовательных учреждений: Мнемозина, 2019 г.

Мордкович А.Г. Алгебра и начала математического анализа 10-11: задачник для учащихся общеобразовательных учреждений: Мнемозина, 2019 г.

Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф. Геометрия 10-11: учебник для учащихся общеобразовательных учреждений: Просвещение, 2019г.

Интернет-ресурсы:

1. Интерактивные тесты по математике в on-lain-режиме (http://uztest.ru/lessons)
2. Конспект по алгебре (http://uztest.ru/abstracts/)
3. Тренажер по математике (http://uztest.ru/simulator/)
4. Тесты по математике в on-lain-режиме (http://uztest.ru/)
5. Электронные учебники по геометрии, алгебре и началам анализа (http://www.mathematics.ru)